TEOREMA DE THÉVENIN
E
TEOREMA DE NORTON

MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA
(MTP)

Prof. Marcos Fergütz
Outubro/2023

TEOREMA DE THÉVENIN

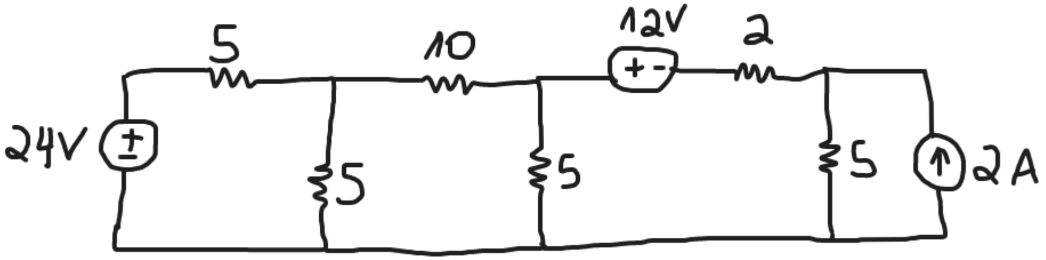
- Definições:

  REDE: Interconexão de elementos de circuitos;

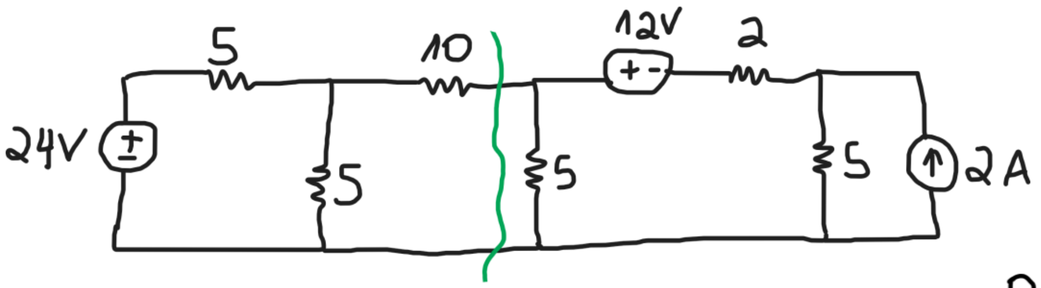
  CIRCUITO: Interconexão de elementos de circuitos que apresenta ao menos um laço.

Enunciado: Toda Rede pode ser modelada à partir de uma Fonte de Tensão Independente (V_{Th}) em série com um Resistor (R_{Th}). O valor da fonte será a *<u>Tensão de Circuito Aberto (V_{oc})</u>* nos terminais de interesse e o resistor será a Resistência Equivalente (R_{eq}) vista pelos terminais de interesse quando as fontes independentes são “mortas”.

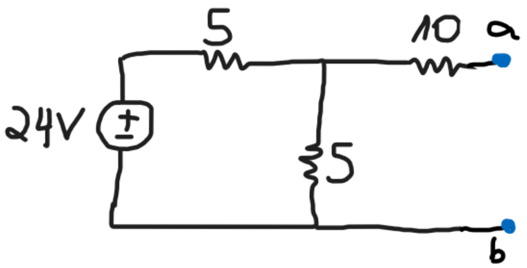
Dado o circuito:



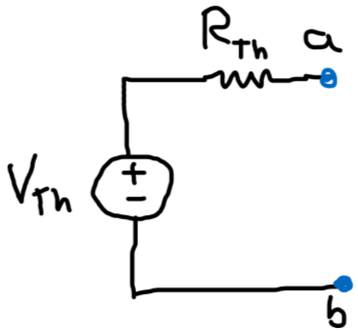
Separando em duas redes nos terminais de interesse =>



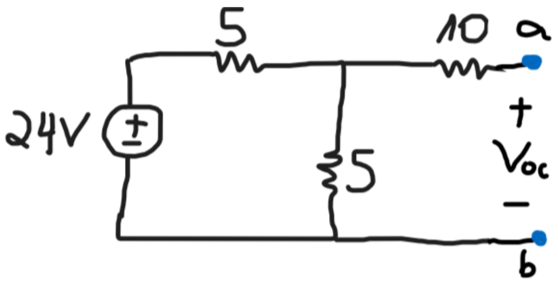
Tomando-se a rede à esquerda dos terminais *<u>a</u>* e *<u>b</u>* =>



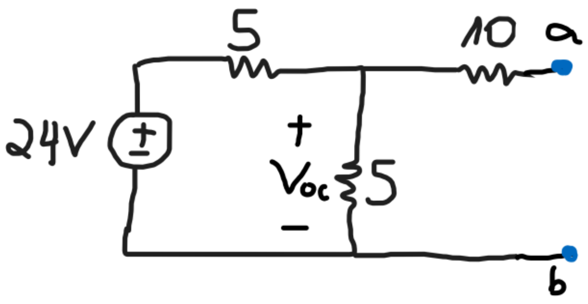
≡



✓ **VTh**



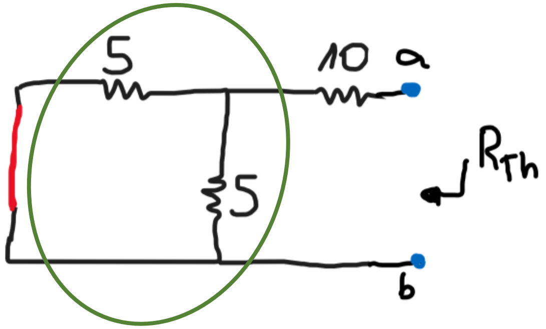
Uma vez que o resistor de 10Ω tem um terminal em aberto, então, a corrente que passa por ele será ZERO, então:



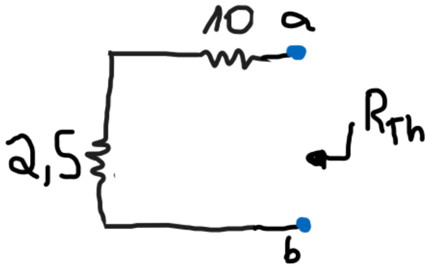
Por divisor de tensão, se obtém: $\boxed{V_{oc} = V_{Th} = \frac{5}{5+5} x24 = 12V}$

✓ **RTh**

$\frac{5x5}{5+5} = 2{,}5\Omega$



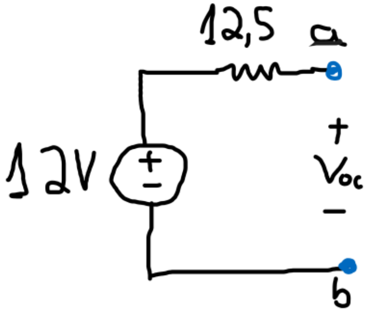
=>



=>

$\boxed{R_{Th} = 12{,}5\Omega}$

Equivalente de Thèvenin



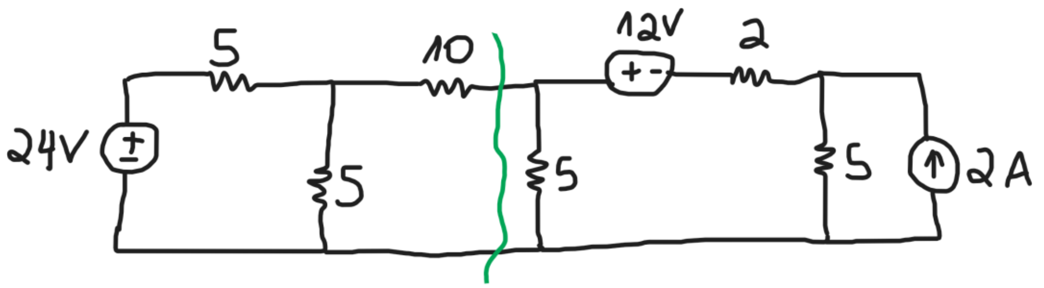
IMPORTANTE: Para qualquer circuito, se pode obter o Equivalente de Thévenin à partir de qualquer *<u>par de nós</u>*, ou seja, obter o equivalente à direita, à esquerda do *<u>par de nós e</u>*, inclusive, obter o equivalente visto por qualquer dos elementos do circuito.

TEOREMA DE NORTON

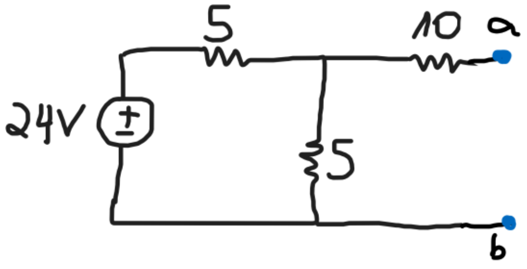
Enunciado: Toda Rede pode ser modelada à partir de uma Fonte de Corrente Independente (I_N) em paralelo com uma Condutância (G_N). O valor da fonte será a *Corrente de Curto-Circuito (I_{sc})* entre os terminais de interesse e a condutância será a Condutância Equivalente (G_{eq}) vista pelos terminais de interesse quando as fontes independentes são "mortas".

Considerando que: $G = \frac{1}{R}$, então: $\boxed{G_N = \frac{1}{R_{Th}}}$

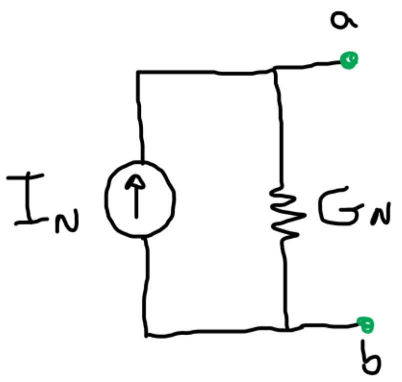
Para exemplificar, vamos determinar o Equivalente de Norton, utilizando o mesmo circuito e terminais utilizados para o Thévenin:



Tomando-se a rede à esquerda dos terminais *a* e *b* =>

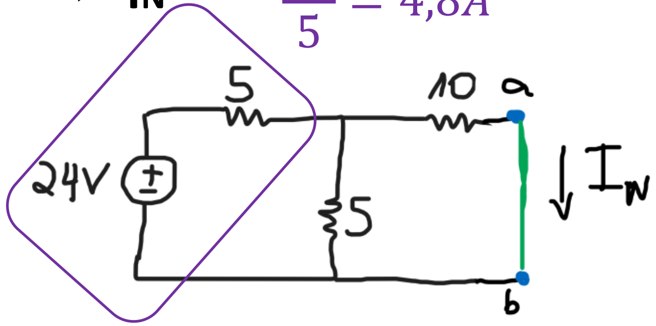


≡

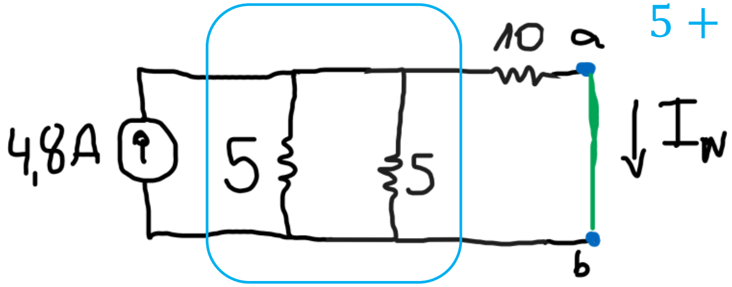


✓ **I_N**

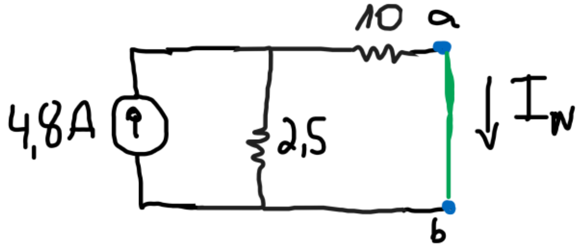
$$\frac{24}{5} = 4{,}8A$$



Dada a Transformação de Fontes:



$$\frac{5x5}{5+5} = 2{,}5\Omega$$

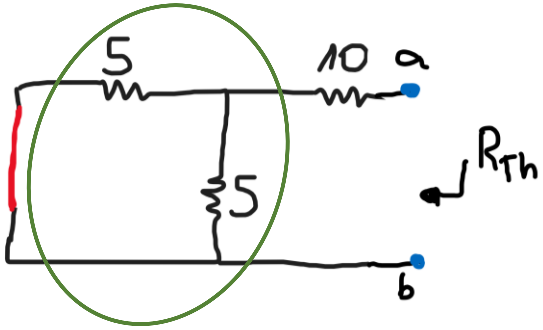


Por divisor de corrente, se obtém:

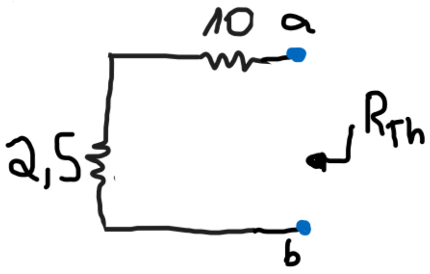
$$\boxed{I_{sc} = I_N = \frac{2{,}5}{2{,}5+10} x4{,}8 = 960{,}00\text{mA}}$$

✓ **G_N**

$$\frac{5x5}{5+5} = 2{,}5\Omega$$



=>

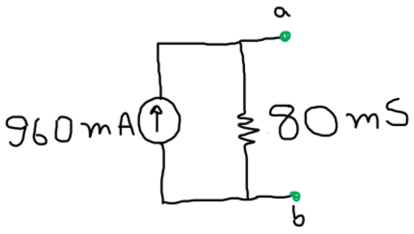


=>

$$\boxed{R_{Th} = 12{,}5\Omega}$$

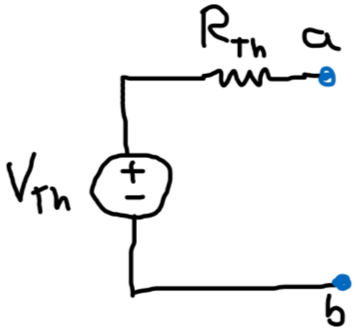
$$\boxed{G_N = \frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{12{,}5} = 80mS}$$

Equivalente de Norton

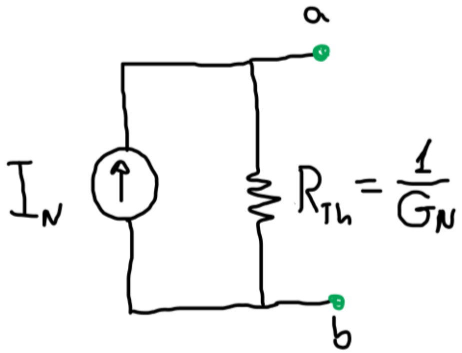


IMPORTANTE: Para qualquer circuito, se pode obter o Equivalente de Norton à partir de qualquer *par de nós*, ou seja, obter o equivalente à direita, à esquerda do *par de nós* e, inclusive, obter o equivalente visto por qualquer dos elementos do circuito.

Uma vez estudados os Teoremas, e relembrando de Transformação de Fontes, se pode concluir:



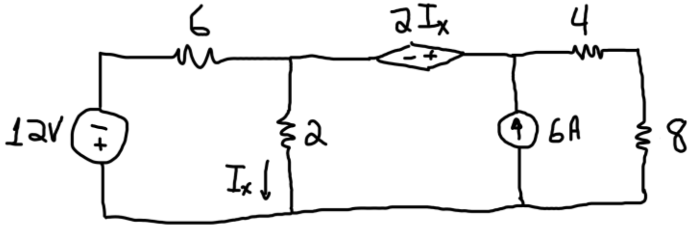
$\Rightarrow \quad I_N = \dfrac{V_{Th}}{R_{Th}} \quad \Rightarrow$



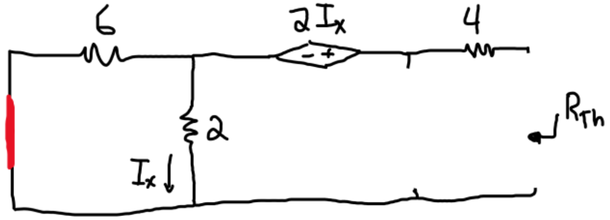
, ainda: $\boxed{R_{Th} = \dfrac{V_{Th}}{I_N}}$

❖ Determinação da Resistência de Thévenin para redes contendo Fontes Dependentes

Para o circuito dado, determinar a Resistência de Thévenin visto pelo resistor de 8Ω.

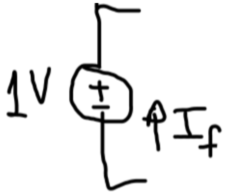


Retirando o resistor de 8 Ω e “matando” as Fontes Independentes, se tem:

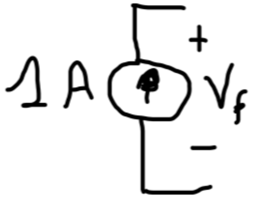


REDE PASSIVA

Devido a presença da Fonte Dependente, se utilizará um artificio de inserir uma Fonte Independente e obter o valor da resistência, conforme segue:

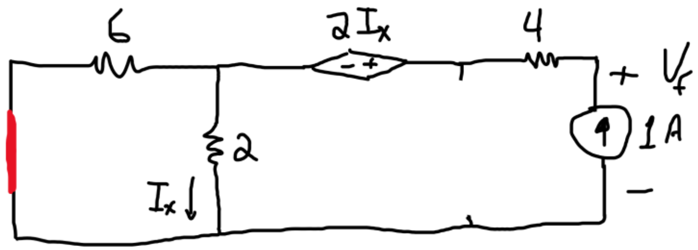


$\boxed{R_{Th} = \dfrac{1}{I_f}}$

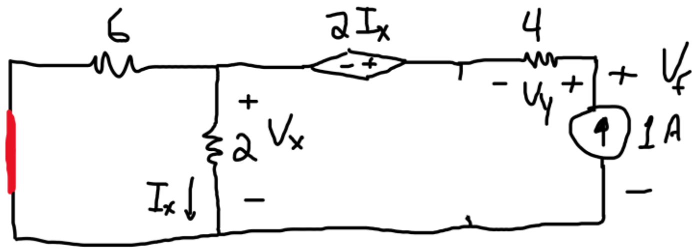


$\boxed{R_{Th} = \dfrac{V_f}{1}}$

Para o circuito em análise, se fará a utilização de uma Fonte de 1 A , posto que irá facilitar a análise.



Polarizando o circuito, se tem:



Na malha da fonte de corrente se pode escrever: $-V_x - 2.I_x - V_y + V_f = 0 \quad \Rightarrow \quad V_f = V_x + 2.I_x + V_y$

Mas, $V_x = 2.I_x \Rightarrow \quad V_f = 2.I_x + 2.I_x + V_y \quad \Rightarrow \quad V_f = 4.I_x + V_y$, ainda: $V_y = 4x1 = 4V$

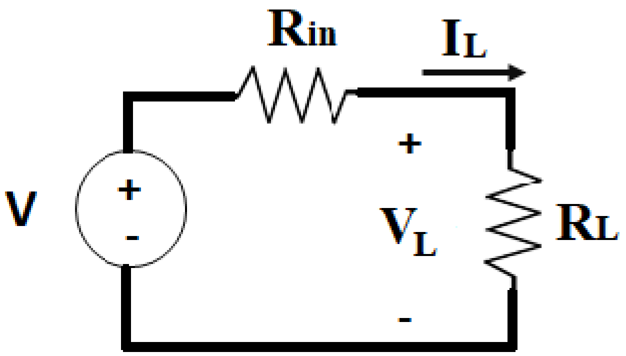
Para determinar Ix se pode fazer o Divisor de Corrente entre os resistores de 2Ω e 6Ω: $I_x = \dfrac{6}{6+2}x1 = 750\text{mA}$

Assim: $V_f = 4x0{,}75 + 4 \quad \Rightarrow V_f = 7{,}0V$ Portanto: $R_{Th} = \dfrac{V_f}{1} \quad \Rightarrow$ $\boxed{R_{Th} = \dfrac{7}{1} = 7{,}0\Omega}$

Fica como exercício, determinar o V_{Th} para o circuito analisado!!!

MÁXIMA TRANSFERÊNCIA POTÊNCIA - MTP

O Objetivo é determinar a condição a ser satisfeita para que uma dada fonte real realize a máxima transferência de potência para uma determinada carga RL. Considerando o circuito abaixo:



Dada a fórmula da potência para RL: $P_L = R_L . I_L^2$ Considerando: $I_L = \dfrac{V}{(R_{in} + R_L)}$ Então: $P_L = \dfrac{R_L . V^2}{(R_{in} + R_L)^2}$

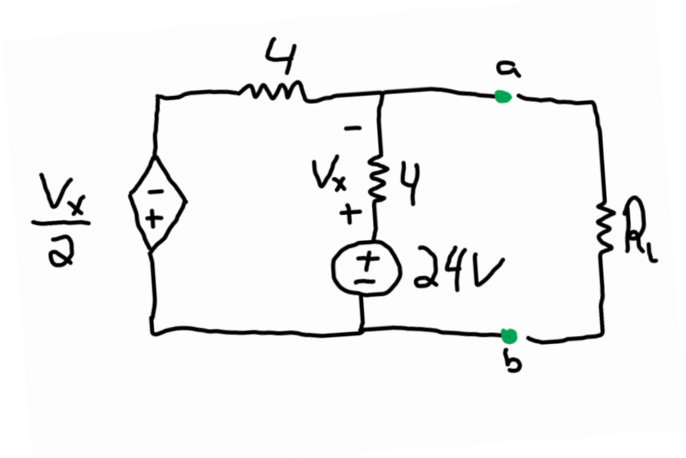
Para obter o Máximo valor de PL em função de RL, se faz:

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{(R_{in} + R_L)^2 . \cancel{V^2} - \cancel{V^2} . R_L . 2 . (R_{in} + R_L)}{\cancel{(R_{in} + R_L)^4}} = 0 \Rightarrow$$

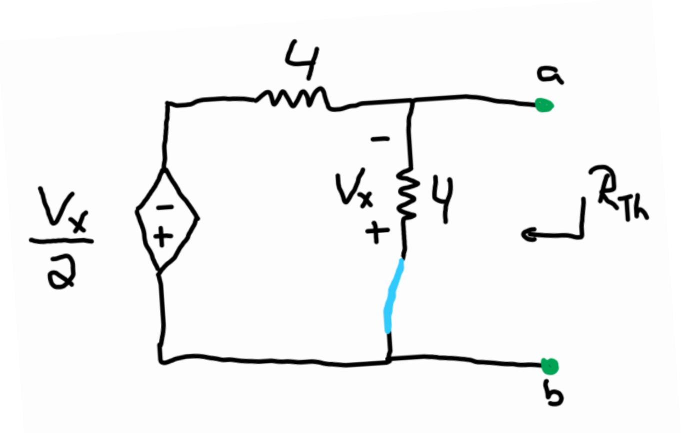
$$\Rightarrow \quad (R_{in} + R_L)^{\cancel{2}} = R_L . 2 . \cancel{(R_{in} + R_L)} \quad \Rightarrow \quad R_{in} + \cancel{R_L} = R_L . \cancel{2}$$

$$\boxed{R_L = R_{in} \quad \Rightarrow \quad MTP}$$

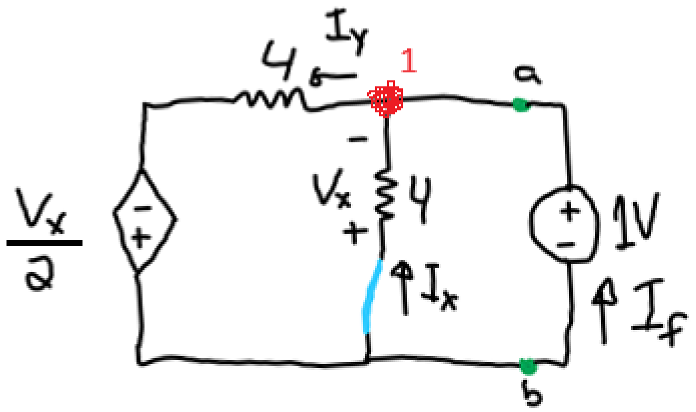
Exemplo 1: Dado o circuito, determinar o valor da carga para se obter MTP e qual o valor da Potência Máxima



=> Para determinar o valor de R_L, deve-se determinar o R_{Th}, visto pelos terminais a e b, portanto:



Assim, se utilizará um fonte de tensão independente de 1V e, polarizando o circuito, tem-se:



$$V_x = -1V \Rightarrow I_x = -\frac{1}{4} = -250mA$$

Aplicando LKC no Nó 1 => $I_f + I_x = I_y \Rightarrow I_f = I_y - I_x$

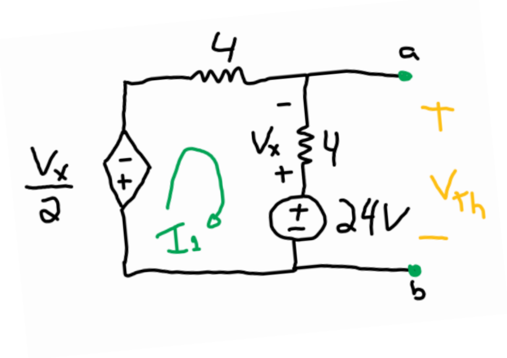
Aplicando LKT na malha da esquerda => $4.I_y - \frac{V_x}{2} + V_x = 0 \Rightarrow 4.I_y = \frac{V_x}{2} - V_x \Rightarrow I_y = -\frac{V_x}{2} x \frac{1}{4} \Rightarrow$

$$I_y = -\frac{V_x}{8} = \frac{1}{8} = 125mA \Rightarrow I_f = I_y - I_x = 12510^{-3} - (-25010^{-3}) \Rightarrow \boxed{I_f = 375mA}$$

Utilizando a relação: $R_{Th} = \frac{1}{I_f}$, então: $R_{Th} = \frac{1}{37510^{-3}} \Rightarrow \boxed{R_{Th} = 2,67\Omega}$

Portanto, para MTP, tem-se: $R_L = R_{in}$ => $\boxed{R_L = 2,67\Omega}$

Para determinar o valor da Potência Máxima, há que se determinar, por exemplo, o Equivalente de Thévenin. Dado que já se calculou o R_{Th}, então, passa-se ao cálculo do V_{Th}, conforme segue:



Aplicando LKT em V_{Th} => $V_{Th} - 24 + V_x = 0 \Rightarrow V_{Th} = 24 - V_x$ (1)

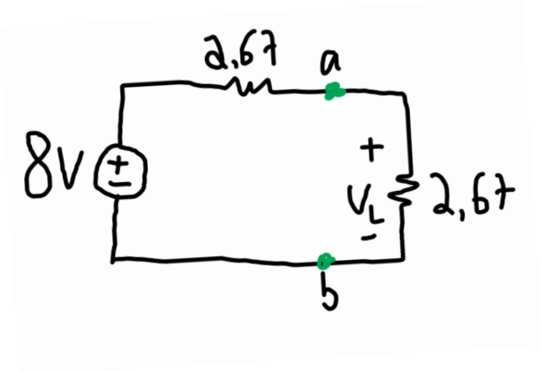
$$V_x = -4.I_1 \Rightarrow I_1 = -\frac{V_x}{4} \quad (2)$$

$$Na \quad M1 \Rightarrow \frac{V_x}{2} + 4.I_1 - V_x + 24 = 0 \quad (3)$$

Substituindo 2 em 3, se tem: $\frac{V_x}{2} + 4.\left(-\frac{V_x}{4}\right) - V_x + 24 = 0 \Rightarrow V_x = 16V$

Resolvendo a eq. 1, se tem: $V_{Th} = 24 - V_x = 24 - 16 \Rightarrow \boxed{V_{Th} = 8V}$

Ao final com o Equivalente de Thévenin, tem-se:



O valor da Potência Máxima, será: $P_{Max} = \frac{V_L^2}{R_L}$

Por divisor de tensão: $\boxed{V_L = 4V}$

, então: $P_{Max} = \frac{4^2}{2,67}$ $\boxed{P_{Max}\text{=6W}}$