ORGANIZAÇÃO DA DINÂMICA EM UMA REDE NEURAL DE HOPFIELD

Angela da Silva [1], Paulo Cesar Rech[2]
[1] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física - bolsista PIBIC/CNPq
[2] Orientador, Departamento de Física - CCT – paulo.rech@udesc.br

Palavras-chave: Espaços de Parâmetros. Espectro de Expoente de Lyapunov. Bifurcação por Adição de Período.

Uma rede neural Hopfield é um modelo muito importante na neurocomputação artificial. É um sistema dinâmico não linear a tempo contínuo que é descrito por um conjunto de n equações diferenciais autonômas não-lineares de primeira ordem dadas por

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R_i} + \sum_{j=1}^{n} \omega_{ij} v_j + I_i \quad , \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

onde $v_j = f_j(x_j)$, x_i são as variáveis reais, C_i, R_i e I_I são os parâmetros de controle, e ω_{ij} são os elementos da matriz $n \times n$, que é chamada de matriz de conectividade, que descreve a força das conexões entre os n neurônios que compõem a rede. A função de ativação dos neurônios $f_j\,(x_j)$ é uma função monotônica limitada, geralmente representada por qualquer função suave.

Um sistema de baixa dimensão desse modelo foi estudado em anos recentes. Trata-se de um sistema composto por três neurônios onde o comportamento dele depende de dois parâmetros de controle, α e γ, e que é dado por

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= -x_1 + 1.5 f_1(x_1) + 2.9 f_2(x_2) + \alpha f_3(x_3) \quad , \\
\dot{x}_2 &= -x_2 - 1.5 f_1(x_1) + 1.18 f_2(x_2) \quad , \\
\dot{x}_3 &= -x_3 + \gamma(x_1) - 22 f_2(x_2) + 0.47 f_3(x_3) \quad ,
\end{aligned}$$

em que a matriz de conectividade desse sistema é dada por

$$\begin{bmatrix} 1.5 & 2.9 & \alpha \\ -1.5 & 1.18 & 0 \\ \gamma & -22 & 0.47 \end{bmatrix}$$

sendo um sistema tridimensional, no qual $C_I = R_I = 1$ e $I_I = 0$ para $i = 1, 2, 3$. *A* função de ativação é dada por uma tangente hiperbólica, ou seja, $f_j\,(x_j) = tanh(x_j)$.

O objetivo deste trabalho foi estudar uma rede neural do tipo Hopfield com três neurônios, em que a função de ativação é uma tangente hiperbólica, como dito anteriormente. O estudo foi feito investigando um lugar do espaço de parâmetros desse sistema em que podem ser encontradas estruturas periódicas típicas mergulhadas numa região de caos. Além disso, foi mostrado que essas estruturas estão organizadas como uma espiral que se enrola em direção a um ponto focal, enquanto acontecem bifurcações por adição de período.

Primeiramente, foi feito um espaço de parâmetros α e γ, onde as variações foram $1.00 \leq \alpha \leq 1.17$ e $9.44 \leq \gamma \leq 12.28$. Este espaço de parâmetros está mostrado na Fig. 1. A cor no diagrama representa a magnitude do maior expoente de Lyapunov (MEL), e pode ser feita uma análise de acordo com a escala de valores e cores apresentadas na coluna à direita do espaço de parâmetros. Valores positivos do MEL são representados por uma mudança constante da cor amarela para a cor vermelha e essas regiões são ditas caóticas. A cor preta significa MEL igual a zero, representando uma região de periodicidade.

Para analisar os valores de períodos de algumas estruturas no espaço de parâmetros, foi utilizado o diagrama de bifurcações da Fig. 2, o qual foi construído considerando os pontos ao longo da reta vermelha apresentada na Fig. 1.

Todos os resultados, imagens e outras informações pertinentes a respeito do artigo serão apresentados no Seminário de Iniciação Científica.

Fig. 1 *Visão global do plano de parâmetros (α,γ) para 1.00 ≤ α ≤ 1.17 e 9.44 ≤ γ ≤12.28.*

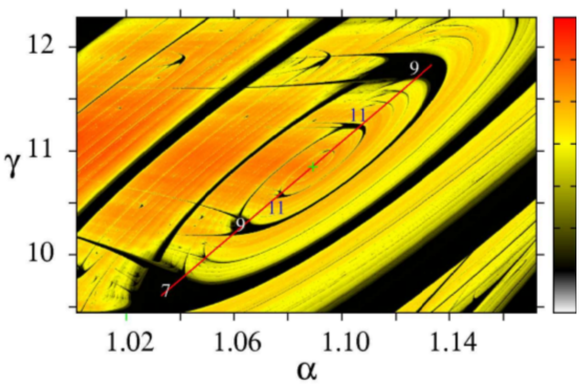

Fig. 2 *Diagrama de Bifurcações para pontos sobre a reta vermelha na Fig. 1.*