

## COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS FUZZY TOPSIS E SMAA TRI PARA SELEÇÃO DE PORFÓLIO DE INVESTIMENTO

João Marcelo Specki Xavier<sup>1</sup>, Omir Alves Junior<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Acadêmico (a) do Curso de Ciência da Computação – CCT – Bolsista Voluntário

<sup>2</sup> Orientador, Departamento de Ciência da Computação – CCT – omir.alves@udesc.br

*Resumo: Diante do problema de selecionar ativos para constituir uma carteira de investimentos, apresento dois métodos que permitem examinarmos inúmeros indicadores de desempenho de forma simultânea com o propósito de realizar a melhor seleção possível dos ativos. Para isso, foi aplicado o uso da análise de decisão multicritério que padroniza o processo de tomada de decisão através de modelagem matemática, auxiliando o decisor a resolver problemas nos quais existem diversos objetivos a serem alcançados simultaneamente. Os métodos multicritério empregados foram o Fuzzy TOPSIS que é ideal para esse tipo de cenário de incerteza e o SMAA-TRI que é baseado na análise de aceitabilidade multicritério estocástica. Foram avaliados dados reais do mercado acionário brasileiro desde o ano de 2015 até 2019 para ilustração do problema. Os resultados da pesquisa foram positivos, os métodos usados provaram ser eficientes no processo de seleção de ativos.*

*Palavras-chave: Análise Fundamentalista, Método de Decisão Multicritério, SMAA-TRI, Fuzzy TOPSIS, Portfólio de Investimentos.*

*Abstract: Faced with the problem of selecting assets to build an investment portfolio, I present two methods that allow us to examine numerous performance indicators simultaneously in order to make the best possible selection of assets. For this, the use of multicriteria decision analysis was applied, which standardizes the decision-making process through mathematical modeling, helping the decision maker to solve problems in which there are several objectives to be achieved simultaneously. The multicriteria methods used were Fuzzy TOPSIS, which is ideal for this type of uncertainty scenario, and SMAA-TRI, which is based on stochastic multicriteria acceptability analysis. Actual data from the Brazilian stock market from 2015 to 2019 were evaluated to illustrate the problem. The survey results were positive, the methods used proved to be efficient in the asset selection process.*

*Keywords: Fundamental Analysis, Multicriteria Decision Method, SMAA-TRI, Fuzzy TOPSIS, Investment Portfolio.*

### 1. Introdução

O mercado financeiro disponibiliza um conjunto diversificado de ativos financeiros para

os investidores. Os ativos podem ser classificados como de renda fixa e renda variável. Os ativos de renda fixa são uma opção mais conservadora de investimento, pois o retorno é baseado em uma taxa prefixada. Portanto, o investimento em renda fixa tende a ser uma opção mais segura ao investidor se compararmos com os produtos de renda variável. Os ativos de renda variável são aqueles cujo retorno é imprevisível no momento do investimento, valor varia conforme as condições do mercado. Os investimentos em renda variável são voláteis, dessa forma, são aplicações de maior risco, mas também podem proporcionar um retorno potencialmente maior que o de renda fixa. [Brito, 2019]

Na bolsa de valores B3 do mercado brasileiro (B3) os investidores negociam ativos dos mais diversos tipos. O portfólio de um investidor pode ser composto por 1 ou mais tipos diferentes de ativos financeiros, onde o processo de seleção de ativos para compor um portfólio de investimentos dá-se com o objetivo de maximizar o retorno do capital investido e minimizar o risco para um determinado período.

No mercado financeiro o conceito de risco está associado às probabilidades de ocorrência de determinados resultados em relação a um valor esperado. O risco é definido como uma medida de variação dos possíveis retornos de um ativo, enquanto o retorno pode ser entendido como um ganho (ou perda) de um investimento definido para certo período [Neto, 2014]. Os indicadores de risco e retorno possuem uma correlação entre si, ou seja, quanto maior for o risco, maior será o retorno e vice-versa.

O investidor busca maximizar o retorno do portfólio de investimento, com a minimização do risco. Por meio da diversificação, é possível esperar que ativos possam ser combinados no contexto de uma carteira (portfólio) de forma que se apure um risco menor que aquele calculado para cada um de seus componentes [Neto, 2014].

A seleção de um portfólio de investimento é um problema combinatório, do ponto de vista computacional do tipo NP-Difícil. Portanto, a seleção de portfólios que visam obter o máximo de retorno com a menor exposição ao risco é complexa, e, portanto, demanda pelo suporte de ferramentas que utilizam algoritmos eficientes para realizar tal operação de seleção [Talbi, 2009].

Para realizar a seleção podem ser empregadas duas estratégias distintas de análise para investimento, que são análise técnica e análise fundamentalista [Neto, 2014]. Esses dois tipos de análise buscam projetar o desempenho futuro dos ativos, elaborando previsões com relação às variações de seus preços no mercado.

A análise técnica estabelece projeções sobre o comportamento das ações a partir de padrões observados no desempenho passado do mercado. Esse critério analisa a série temporal (gráfico) com a oscilação do valor ou do retorno proporcionado por uma ação específica em um período. A análise fundamentalista, que será utilizada nesse trabalho, é formada por um conjunto de técnicas que serve para avaliar se uma empresa é saudável financeiramente. As tomadas de decisão que são realizadas com base na análise fundamentalista consideram indicadores que fazem parte dos demonstrativos financeiros das empresas, bem como dados e informações

relevantes que estão relacionadas à atividade econômica das empresas [Kobori, 2019].

O desempenho do mercado financeiro de renda variável apresenta uma certa imprevisibilidade, pois, pode ser influenciado por fatores políticos e econômicos, o que dificulta a confiança somente em dados históricos. Portanto, a análise de seleção de empresas para compor portfólios de investimentos é um processo complexo que requer a análise de indicadores internos e externos às empresas, pois depende de quais das duas estratégias for utilizada: técnica ou fundamentalista. Dada a relevância do problema, as ferramentas utilizadas para a seleção de portfólios podem utilizar-se de métodos distintos a fim de realizar a seleção, dentre os quais pode-se ressaltar: exatos, meta heurísticos, multicritérios, dentre outros [Neto, 2014]. No trabalho proposto, utiliza-se métodos de análise multicritérios, que analisam vários indicadores simultaneamente para auxiliar na tomada de decisão.

A Análise de Decisão Multicritério (MCDA) considera um conjunto coerente de critérios para comparar várias alternativas e buscar a melhor opção. Os métodos multicritérios são aplicados a problemas estratégicos que envolvem tomada de decisão, pois realizam a análise de vários critérios simultaneamente em busca da melhor alternativa [de Almeida et al., 2015].

Os métodos multicritério para tomada de decisão (MCDA) são métodos que consistem em formulações metodológicas baseadas em uma estrutura axiomática bem definida [de Almeida et al., 2015]. Existem diversos tipos de MCDA, e dentre eles destacam-se o Fuzzy TOPSIS [Hwang e Yoon, 1981] e o SMAA-TRI [Figueira, J. et al, 2004], e ambos são utilizados na proposta deste trabalho. O primeiro método é usado para ranquear alternativas por ordem de preferência entre elas, e o segundo ranqueia as alternativas comparando-as com categorias.

Dado o exposto anteriormente, este trabalho de pesquisa tem como objetivo especificar um método para realizar a seleção de ativos financeiros de renda variável para compor portfólios de investimentos utilizando os métodos multicritérios Fuzzy Topsis [Júnior e Silva, 2018] e SMAA-TRI [Figueira, J. et al, 2004]. Para cada um dos métodos propostos especifica-se um conjunto de indicadores de desempenho e critérios para seleção de portfólios de investimentos.

## 2. Método Proposto

Primeiramente foi coletada a base de dados das empresas para coleta de informações referente às séries históricas das cotações dos valores das ações, e então 34 empresas listadas no mercado da BM&FBovespa foram selecionadas. O critério de seleção foi de acordo com a sua disponibilidade de dados. Empresas com dados incompletos, ou não encontrados, foram excluídas do processo.

Dada a revisão bibliográfica realizada identificou-se um conjunto de cinco indicadores importantes para realizar a análise fundamentalista [Júnior e Lisboa, 2013]. Os indicadores selecionados para a pesquisa foram: ROE (Retorno sobre Patrimônio Líquido), LPA (Lucro por

Ação), P/VPA (Preço sobre Valor Patrimonial da Ação), P/L (Preço/Lucro) e QR (Quick Ratio). A tabela abaixo mostra informações sobre cada um dos indicadores.

LPA (Lucro Por Ação)	Mostra o lucro obtido por ação emitida pela empresa, ou seja, do resultado líquido (após o imposto de renda) obtido em determinado período, quanto compete a cada ação emitida.
ROE (Retorno Sobre Patrimônio Líquido)	Mede o quão eficiente uma empresa é para gerar lucros à partir de seus próprios recursos.
P/L (Preço / Lucro)	O índice P/L é um dos mais tradicionais. Indica o quanto o mercado está disposto a pagar pelos lucros da empresa. Teoricamente, indica o número de anos (exercícios) que um investidor tardaria em recuperar o capital investido.
P/VPA (Preço Sobre Valor Patrimonial Da Ação)	Mostra se o mercado está subvalorizando ou supervalorizando a ação de uma empresa, na comparação com seu patrimônio líquido.
QR (Quick Ratio)	Mede a capacidade de uma empresa usar seu dinheiro próximo ou ativos rápidos para extinguir ou retirar imediatamente seu passivo circulante

TABELA 1 – Indicadores.

A coleta dos dados históricos de cada empresa foi realizada no site da ADVFN (Advanced Financial Network) que apresenta cotações da bolsa de valores. Optou-se por selecionar os indicadores de cada empresa para os anos de 2015 a 2019, dessa forma, fazendo uma análise anual dos dados, com horizonte de 5 anos.

Após definir as empresas e os indicadores relevantes para o problema e avaliar a importância relativa de cada indicador, foi executado o método multicritério Fuzzy TOPSIS [Júnior e Silva, 2018], que é bastante utilizado na modelagem de sistemas com categorias de elementos cujas fronteiras são consideradas incertas. O segundo método incorporado no trabalho foi baseado no método SMAA-TRI [Figueira, J. et al, 2004]. Após esse processo, as empresas eram ordenadas, e então, foram selecionadas as empresas com os melhores desempenho para formar a carteira de investimento do ano de cada método. Os algoritmos foram executados cinco vezes, um para cada ano (2015 a 2019), ou seja, anualmente é feito um reajuste nas duas carteiras selecionando as ações que os algoritmos julgavam ser as mais vantajosas naquele momento. Por fim, é gerado um gráfico comparando a rentabilidade acumulada das duas carteiras usando o Ibovespa e o CDI como índices de referência.

## 2.1 Fuzzy-TOPSIS

No método Fuzzy-TOPSIS, as pontuações das alternativas e o peso dos critérios de decisão são definidos como variáveis linguísticas. Os termos linguísticos são comumente representados por números fuzzy triangulares. A estrutura de um número fuzzy permite a quantificação da imprecisão associada a uma dada informação, e um número fuzzy triangular pode ser escrito na forma (l, m, u), em que m denota um valor formal para o conjunto fuzzy, l é o limite inferior e u é o limite superior [Junior e Carpinetti, 2015]. Apresentado os princípios necessários ao entendimento do método Fuzzy-TOPSIS, o algoritmo é descrito a seguir.

### 2.1.1 Etapa 1

Definir os componentes triangulares do vetor de peso de acordo com a fórmula 1. No método Fuzzy-TOPSIS [Júnior e Silva, 2018] foi introduzido o parâmetro  $\alpha$  que facilita a manipulação do vetor de peso (fórmula 2 e 3). Caso o  $\alpha$  seja 0.2, isso indica que o nível de incerteza é de 20% para cada elemento do vetor de peso.

### 2.1.2 Etapa 2

Determinar os elementos genéricos da matriz de decisão difusa conforme descrito na fórmula 4 e 5. Da mesma forma que foi introduzido um parâmetro para o vetor de peso, também foi introduzido o parâmetro  $\beta$  para facilitar a manipulação dos elementos da matriz de decisão difusa (fórmula 6 e 7). Caso  $\beta$  seja 0.1, assumimos um nível de incerteza de 10% para cada elemento da matriz de decisão.

### 2.1.3 Etapa 3

Na sequência, obtém-se a matriz normalizada e ponderada por meio da fórmula 8. São definidos dois conjuntos de critérios classificados como C+ (critérios em que o valor desejado é máximo) e C- (critérios onde o valor desejado é mínimo), e então, a solução ideal positiva fuzzy (Fuzzy e Positive Ideal Solution, FPIS) e a solução ideal negativa (Fuzzy Negative Ideal Solution, FNIS) são estabelecidas através da fórmula 9 e 10, respectivamente.

### 2.1.4 Etapa 4

A diferença entre cada elemento da matriz de decisão difusa e a solução positiva ideal fuzzy é obtida por meio da fórmula 11. Do mesmo modo, a diferença entre cada elemento da matriz de decisão difusa e a solução ideal negativa fuzzy é calculada a partir da fórmula 12. Diante disso, calcula-se a distância de cada alternativa para a solução positiva ideal fuzzy (fórmula 13) e, também, a distância para a solução negativa ideal fuzzy (fórmula 14).

### 2.1.5 Etapa 5

Por fim, é obtida a proximidade relativa usando a fórmula 15, onde os valores  $v_1, \dots, v_m$  variam entre 0 e 1, esses valores podem ser interpretados como as pontuações das empresas, de modo que quanto mais próximo de 1 for o valor, melhor é o desempenho da empresa.

$$\left( (w_1^a; w_1^b; w_1^c); \dots; (w_n^a; w_n^b; w_n^c) \right) \quad (1)$$

onde  $0 \leq w_j^a \leq w_j^b \leq w_j^c \quad \forall j = 1, \dots, n.$

$$w_j^a = (1 - \alpha) \times w_j^b \quad \forall j = 1, \dots, 10 \quad (2)$$

$$w_j^c = (1 + \alpha) \times w_j^b \quad \forall j = 1, \dots, 10 \quad (3)$$

$$M_{ij} = (a_{ij}; b_{ij}; c_{ij}) \quad \forall i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$a_{ij} \leq b_{ij} \leq c_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n \quad (5)$$

$$a_{ij} = (1 - \beta) \times b_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, 9, j = 1, \dots, 10 \quad (6)$$

$$c_{ij} = (1 + \beta) \times b_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, 9, j = 1, \dots, 10 \quad (7)$$

$$M'_{ij} = (a'_{ij}; b'_{ij}; c'_{ij}) = \left( \frac{w_j^a \times a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m b_{kj}^2}}; \frac{w_j^b \times b_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m b_{kj}^2}}; \frac{w_j^c \times c_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m b_{kj}^2}} \right) \quad \forall i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$(\alpha_j^+; \beta_j^+; \gamma_j^+) = \left\{ \begin{array}{l} (\max\{a'_{1j}; \dots; a'_{mj}\}; \max\{b'_{1j}; \dots; b'_{mj}\}; \max\{c'_{1j}; \dots; c'_{mj}\}) \quad \forall j \in C^+ \\ (\min\{a'_{1j}; \dots; a'_{mj}\}; \min\{b'_{1j}; \dots; b'_{mj}\}; \min\{c'_{1j}; \dots; c'_{mj}\}) \quad \forall j \in C^- \end{array} \right. \quad (9)$$

$$(\alpha_j^-; \beta_j^-; \gamma_j^-) = \left\{ \begin{array}{l} (\max\{a'_{1j}; \dots; a'_{mj}\}; \max\{b'_{1j}; \dots; b'_{mj}\}; \max\{c'_{1j}; \dots; c'_{mj}\}) \quad \forall j \in C^- \\ (\min\{a'_{1j}; \dots; a'_{mj}\}; \min\{b'_{1j}; \dots; b'_{mj}\}; \min\{c'_{1j}; \dots; c'_{mj}\}) \quad \forall j \in C^+ \end{array} \right. \quad (10)$$

$$P_{ij}^+ = (a_{ij}^+; b_{ij}^+; c_{ij}^+) = (a'_{ij} - \gamma_j^+; b'_{ij} - \beta_j^+; c'_{ij} - \alpha_j^+) \quad \forall i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$P_{ij}^- = (a_{ij}^-; b_{ij}^-; c_{ij}^-) = (a'_{ij} - \gamma_j^-; b'_{ij} - \beta_j^-; c'_{ij} - \alpha_j^-) \quad \forall i = 1, \dots, m \text{ e } j = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$D_i^+ = \frac{\int_{a_{i1}^+}^{c_{i1}^+} \dots \int_{a_{in}^+}^{c_{in}^+} (y_1^2 \times \Gamma_{P_{i1}^+}(y_1) + \dots + y_n^2 \times \Gamma_{P_{in}^+}(y_n)) dy_1 \dots dy_n}{\int_{a_{i1}^+}^{c_{i1}^+} \dots \int_{a_{in}^+}^{c_{in}^+} (\Gamma_{P_{i1}^+}(y_1) \times \dots \times \Gamma_{P_{in}^+}(y_n)) dy_1 \dots dy_n} = \dots =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6} \times \sum_{l=1}^n ((a_{il}^+)^2 + (b_{il}^+)^2 + (c_{il}^+)^2 + a_{il}^+ \times b_{il}^+ + a_{il}^+ \times c_{il}^+ + b_{il}^+ \times c_{il}^+)} \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$D_i^- = \frac{\int_{a_{i1}^-}^{c_{i1}^-} \dots \int_{a_{in}^-}^{c_{in}^-} (y_1^2 \times \Gamma_{P_{i1}^-}(y_1) + \dots + y_n^2 \times \Gamma_{P_{in}^-}(y_n)) dy_1 \dots dy_n}{\int_{a_{i1}^-}^{c_{i1}^-} \dots \int_{a_{in}^-}^{c_{in}^-} (\Gamma_{P_{i1}^-}(y_1) \times \dots \times \Gamma_{P_{in}^-}(y_n)) dy_1 \dots dy_n} = \dots =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6} \times \sum_{l=1}^n ((a_{il}^-)^2 + (b_{il}^-)^2 + (c_{il}^-)^2 + a_{il}^- \times b_{il}^- + a_{il}^- \times c_{il}^- + b_{il}^- \times c_{il}^-)} \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (14)$$

$$v_i = \frac{D_i^-}{D_i^- + D_i^+} \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (15)$$

FIGURA 1 – Fórmulas utilizadas no Fuzzy TOPSIS.

## 2.2. ELECTRE TRI

O ELECTRE TRI é um método de decisão multicritério que ajuda o método de classificação de alternativas com um histórico de aplicações bem-sucedidas na vida real. Ele foi projetado para atribuir um conjunto de alternativas a categorias pré-definidas e ordenadas. Cada categoria é caracterizada por um perfil inferior e superior. A atribuição de uma alternativa a uma determinada categoria resulta da comparação da alternativa com os perfis [Figueira J., et al, 2004].

Nesse método, os valores para certos parâmetros, como pesos de critérios, limites, perfis de categoria e nível de corte lambda, devem ser fornecidos. O SMAA-TRI é um método que se baseia na Análise de Aceitabilidade Multicritério Estocástica (SMAA), para analisar a estabilidade de tais parâmetros. O SMAA-TRI permite que o ELECTRE TRI seja usado com valores imprecisos e arbitrariamente distribuídos para pesos e nível de corte lambda. O método consiste em analisar, por meio da simulação de Monte Carlo, espaços finitos de valores de parâmetros distribuídos arbitrariamente, a fim de descrever, para cada alternativa, a parcela dos valores dos parâmetros que os possuem em diferentes categorias [Figueira J., et al, 2004].

O método ELECTRE TRI requer uma entrada de vários parâmetros. Esses parâmetros podem ser divididos em parâmetros de preferência (coeficientes de importância relativa de critérios ou pesos, limites e perfis) e o parâmetro técnico (nível de corte lambda). O processo de atribuição de peso em geral é um dos problemas mais difíceis em MCDA, porque os métodos de MCDA são suportados por modelos matemáticos e, portanto, as preferências precisam ser expressas em termos matemáticos. Existem várias técnicas de atribuição de peso propostas para os métodos ELECTRE, porém todas elas produzem valores diferentes para os pesos e, portanto, é aconselhável realizar algum tipo de análise de robustez quando aplicadas. Neste artigo, é utilizado o método SMAA-TRI que pode ser usado para analisar a robustez dos resultados do ELECTRE TRI com base na análise de estabilidade de parâmetros. Visto que o SMAA-TRI é um método que foi criado para analisar a robustez do método ELECTRE TRI, é necessário fazer uma breve descrição do funcionamento deste método, para então apresentarmos o SMAA-TRI.

Como dito anteriormente, a atribuição de uma alternativa a uma categoria resulta da comparação da alternativa com os perfis da categoria. A comparação é feita a partir da credibilidade das alegações “a alternativa supera o perfil da categoria e vice-versa”. Para determinar a relação entre uma alternativa e uma categoria é utilizada as relações de preferência estrita, preferência fraca, indiferença ou incomparabilidade. A preferência estrita corresponde a uma preferência significativa em favor da alternativa ou da categoria. A preferência fraca corresponde a uma preferência que está entre a indiferença e a preferência estrita. A indiferença corresponde a equivalência entre os dois elementos, e a incomparabilidade significa que a alternativa e a categoria são incomparáveis.

### 2.2.1 Etapa 1

A construção de uma relação de superação requer a definição de índices de credibilidade para as relações de superação  $aS_b$  e  $bS_a$ , onde ‘a’ representa a alternativa, ‘b’ representa o perfil da categoria e ‘S’ é a relação de superação, ou seja,  $aS_b$  significa que a alternativa ‘a’ é pelo menos tão boa quanto o perfil ‘b’.

A primeira etapa do método consiste no cálculo dos índices de concordância, discordância e credibilidade. O índice de concordância é calculado considerando individualmente para cada critério o suporte que ele fornece para a afirmação  $aS_b$ , esse índice é calculado a partir da fórmula 16 e 17. A discordância de um critério é o efeito que ele fornece contra a afirmação  $aS_b$ , sendo representada pela fórmula 18. Por fim, para validarmos a afirmação  $aS_b$ , é calculado o índice de credibilidade (fórmula 19), que expressa o grau de confiança da declaração “alternativa a é pelo menos tão boa quanto o perfil b”.

$$c_j(a_i, b_h) = \begin{cases} 1, & \text{if } g_j(a_i) \geq g_j(b_h) - q_j(g_j(b_h)), \\ 0, & \text{if } g_j(a_i) < g_j(b_h) - p_j(g_j(b_h)), \\ \frac{g_j(a_i) + p_j(g_j(b_h)) - g_j(b_h)}{p_j(g_j(b_h)) - q_j(g_j(b_h))}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (16)$$

$$c(a_i, b_h) = \sum_{j \in \mathcal{J}} w_j c_j(a_i, b_h). \quad (17)$$

$$d_j(a_i, b_h) = \begin{cases} 1, & \text{if } g_j(a_i) < g_j(b_h) - v_j(g_j(b_h)) \\ 0, & \text{if } g_j(a_i) \geq g_j(b_h) - p_j(g_j(b_h)) \\ \frac{g_j(b_h) - g_j(a_i) - p_j(g_j(b_h))}{v_j(g_j(b_h)) - p_j(g_j(b_h))}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (18)$$

$$\rho(a_i, b_h) = \begin{cases} c(a_i, b_h) \prod_{j \in V} \frac{1 - d_j(a_i, b_h)}{1 - c(a_i, b_h)}, & \text{if } V \neq \emptyset, \\ c(a_i, b_h), & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{onde } V = \{j \in \mathcal{J} : d_j(a_i, b_h) > c(a_i, b_h)\}.$$

FIGURA 2 – Fórmulas utilizadas no ELECTRE TRI.

### 2.2.2 Etapa 2

Depois de determinar o índice de credibilidade, o nível de corte  $\lambda$  deve ser definido. Ele é usado para transformar a relação de superação em uma relação nítida e o valor atribuído a ele deve estar no intervalo [0.5,1]. A partir da comparação do índice de credibilidade com o nível de corte  $\lambda$  é definida a relação de sobreclassificação.

$$\begin{aligned} \rho(a_i, b_h) \geq \lambda &\Rightarrow a_i S b_h \\ \rho(a_i, b_h) < \lambda &\Rightarrow \neg a_i S b_h \\ \rho(b_h, a_i) \geq \lambda &\Rightarrow b_h S a_i \\ \rho(b_h, a_i) < \lambda &\Rightarrow \neg b_h S a_i \end{aligned}$$

FIGURA 3 – Comparação do índice de credibilidade com o  $\lambda$ .

### 2.2.3 Etapa 3

O objetivo nesse momento é explorar as relações introduzidas nas seções anteriores para atribuir alternativas às categorias. A alternativa  $a_i$  e o perfil  $b_h$  podem ser comparados usando as relações obtidas. Com base em diferentes combinações, uma alternativa  $a_i$  pode ser preferida a um perfil  $b_h$  ( $>$ ) ou vice-versa, eles podem ser indiferentes (I), ou podem ser incomparáveis (R). A relação de superação pode ser decomposta em relações da seguinte forma.

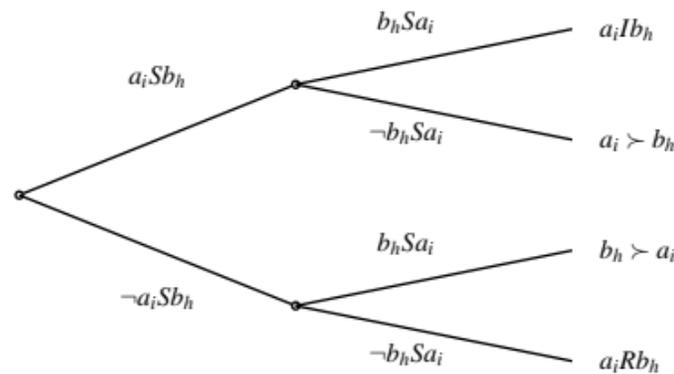


FIGURA 4 – Definição de  $>$ , I e R com base na relação de superação S.

O procedimento de classificação contém duas regras de exploração possíveis: a pessimista e a otimista. Vamos considerar mais dois perfis,  $b_0$  (que cada alternativa é preferida) e  $b_k$  (que é preferível a todas as alternativas), e deixemos  $\Delta$  denotar a relação de dominância. Os perfis devem ser conectados com a relação de dominância da seguinte forma:

$$b_k \Delta b_{k-1} \Delta \dots \Delta b_h \Delta \dots \Delta b_1 \Delta b_0.$$

FIGURA 5 – Relação de dominância entre os perfis.

Na regra de classificação pessimista, uma alternativa  $a_i$  é comparada sucessivamente com os perfis, do melhor para o pior, até que  $a_i S b_{h-1}$ , e então a alternativa é atribuída a uma categoria que tem um desempenho pelo menos tão bom quanto o perfil superado. Na regra otimista, uma alternativa  $a_i$  é comparada sucessivamente com os perfis, do pior para o melhor, até que  $b_h > a_i$ , e então a alternativa é atribuída a uma categoria que tem o desempenho imediatamente inferior ao perfil comparado.

### 2.3. SMAA TRI

A ideia fundamental do SMAA é usar a simulação de Monte Carlo para explorar o espaço de peso a fim de fornecer aos DMs (tomadores de decisão) os valores que caracterizam o problema. No SMAA, as avaliações de critérios podem ser geradas com base em distribuições arbitrárias [Tervonen, T., Figueira, J., 2008].

O SMAA-TRI foi desenvolvido para a análise de estabilidade dos parâmetros do ELECTRE TRI, e consiste em analisar espaços finitos de valores de parâmetros distribuídos arbitrariamente de forma a descrever para cada alternativa a parcela dos valores dos parâmetros que os atribuem a diferentes categorias. Analisamos a estabilidade dos pesos e o nível de corte, e consideramos que os parâmetros restantes têm valores determinísticos para facilitar a compreensão. O SMAA-TRI foi definido da seguinte forma:

- O nível de corte  $\lambda$  é apresentado por uma variável estocástica definida dentro da faixa válida  $[0.5,1]$ .
- Os pesos são representados por uma distribuição de peso com uma função de densidade  $f(w)$  no espaço de peso viável  $W$ .

$$W = \left\{ w \in R^n : w \geq 0 \text{ and } \sum_{j=1}^n w_j = 1 \right\}.$$

- Os dados e os demais parâmetros do ELECTRE TRI são representados pelo conjunto  $T = \{M, B, q, p, v\}$ . Onde  $M$  é a matriz de avaliação dos critérios,  $B$  é o conjunto de perfis,  $q$  é o valor de corte para a discordância,  $p$  é o valor de corte para a concordância e  $v$  é o limiar de veto.

Ao executarmos o SMAA-TRI, ele produz índices de aceitabilidade de categoria para todos os pares de alternativas e categorias. O índice de aceitabilidade da categoria é calculado por meio de simulação de Monte Carlo e mostra a porcentagem que uma alternativa  $a_i$  é atribuída à categoria  $Ch$ . Os índices estão dentro do intervalo  $[0,1]$ , onde 0 indica que a alternativa nunca será atribuída à categoria e 1 indica que ela será atribuída à categoria com qualquer combinação de valores de parâmetros viáveis. SMAA-TRI foi executado com 10.000 iterações de Monte Carlo.

Portanto, enquanto a análise de robustez para ELECTRE TRI fornece um resultado como "dependendo dos valores dos parâmetros, a ação é atribuída à categoria 2 ou 3", o SMAA-TRI fornece o resultado como "a alternativa é atribuída à categoria 2 com 5% dos valores dos parâmetros viáveis e à categoria 3 com 95% dos valores dos parâmetros viáveis".

### 3. Análise dos Resultados

Nesta seção temos os resultados gerados pelos dois algoritmos. Na execução dos algoritmos, podemos determinar qual será o número de empresas que irá compor a carteira. Esse número é um fator muito importante pois tem forte relação com o risco e retorno potencial da carteira, ou seja, uma carteira com muitos ativos possui tanto um risco menor quanto um potencial de retorno menor. Enquanto carteiras com um número baixo de ações podem usufruir de fortes valorizações assim como também sofrer com quedas acentuadas.

Com o objetivo de encontrar o número que traria os melhores resultados, executou-se os algoritmos 4 vezes, selecionando 5, 10, 15 ou 20 empresas em cada vez. Comparando as execuções, percebeu-se que utilizar o algoritmo selecionando 15 ou mais ativos aumenta a diversidade da carteira, reduzindo risco, porém, com menor rentabilidade, tornando a rentabilidade não muito atrativa. Executando o algoritmo com 5 ativos trouxe o maior retorno dentre as 4 execuções, porém uma volatilidade e risco maiores foram adicionados. Assim, optou-se por utilizar a execução com 10 empresas para análise dos resultados.

Ao analisarmos o gráfico da rentabilidade acumulada das carteiras compostas por 10 ativos selecionados através do algoritmo Fuzzy TOPSIS e SMAA TRI em relação ao Ibovespa e CDI, podemos concluir que o desempenho dos métodos propostos é satisfatório. Ao longo dos 5 anos, os métodos superaram o índice Bovespa, que é o mais importante indicador de desempenho médio das cotações das ações negociadas na B3. O Ibovespa foi utilizado como benchmark, pois caso o resultado do investimentos seja superior à performance desse índice, então o investimento é considerado positivo.

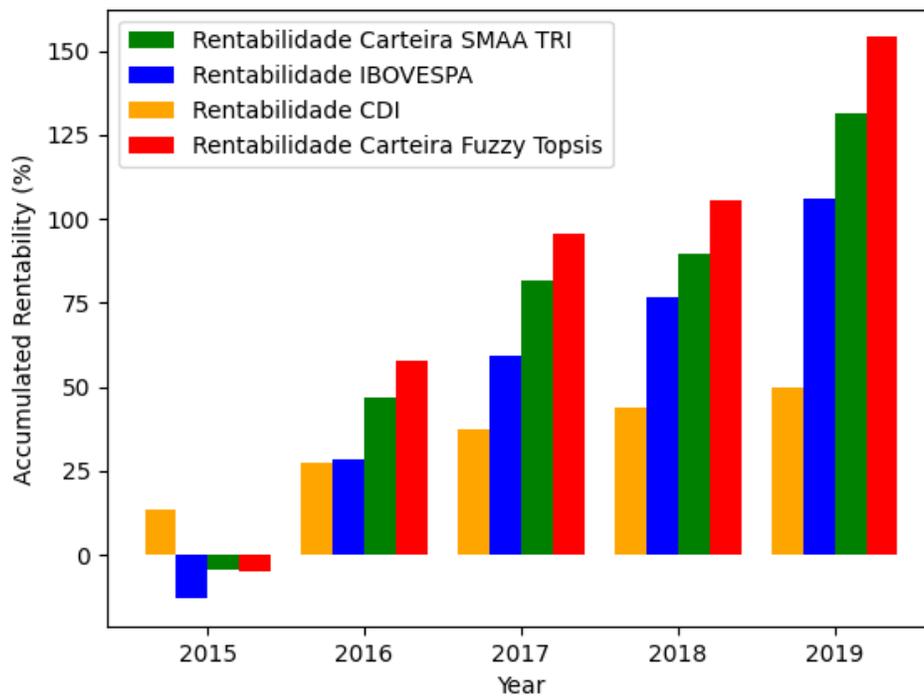


FIGURA 6 – Comparativo entre as carteiras selecionadas pelos métodos Fuzzy TOPSIS e SMAA TRI contra o Ibovespa e CDI.

Outra informação importante que se obteve com a análise dos resultados é que, no geral, o método Fuzzy TOPSIS superou o SMAA TRI, isso acontece pois no Fuzzy TOPSIS as alternativas são comparadas entre si, dessa forma conseguimos ranquear as alternativas da melhor para a pior, e então escolher as melhores para compor o portfólio, é válido ressaltar que independente da quantidade de execução desse método, o resultado será sempre o mesmo. No entanto, no SMAA TRI as alternativas são comparadas com perfis de categoria utilizando simulação de Monte Carlo com 10.000 iterações, isso significa que dependendo do cenário imposto pela simulação podemos ter uma atribuição diferente das alternativas nas categorias. Dessa forma, podemos afirmar que o Fuzzy TOPSIS é mais preciso na escolha das alternativas, já que no SMAA TRI cada simulação varia o vetor de peso dos critérios e o nível de corte  $\lambda$ , e assim, as alternativas serão atribuídas as categorias de acordo com tal simulação.

Para comparar as carteiras montadas ano a ano pelos dois métodos, calculamos o índice de Sharpe, que avalia a rentabilidade de um investimento em relação ao risco da aplicação. Este índice mensura a relação entre o risco e retorno de um investimento, e por meio dele descobrimos se a carteira é vantajosa em relação a ativos livres de risco [Lo, A. W., 2002]. O retorno esperado deve ser equilibrado com a volatilidade da carteira e o risco assumido. Na comparação entre duas

carteiras que tiverem o mesmo retorno, por exemplo, a melhor será aquela que correu menos risco. Da mesma forma, nem sempre uma carteira que gerou um retorno maior é melhor do que outra, pois ela pode simplesmente ter corrido mais risco e, por isso, é natural que tenha uma rentabilidade superior. Quando consideramos esses dois fatores, tomamos uma decisão inteligente para o moldar o nosso portfólio. O cálculo do índice de Sharpe é apresentado na figura 7, onde  $R_p$  é o retorno do ativo analisado,  $R_f$  é o retorno livre de risco e  $\sigma_p$  é o risco do ativo, e quanto maior for o valor de  $S$ , mais vantajosa é a aplicação financeira.

$$S = \left( \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right)$$

Figura 7 – Cálculo do índice de Sharpe.

Ao examinarmos a tabela de comparação do índice de Sharpe de cada carteira, podemos ressaltar que novamente o Fuzzy TOPSIS se destacou em relação ao SMAA TRI, indicando que as carteiras montadas por esse método foram mais promissoras do que as carteiras montadas pelo SMAA TRI.

Sharpe	2015	2016	2017	2018	2019
<b>Fuzzy TOPSIS</b>	-0,9	1,94	1,14	0,18	2,34
<b>SMAA TRI</b>	-0,83	1,8	1,39	0,07	1,87

TABELA 1 – Índice de Sharpe das carteiras de investimento.

#### 4. Conclusão

Com a proposta de utilizar os métodos multicritérios Fuzzy TOPSIS e SMAA TRI utilizando indicadores fundamentalistas para realizar a seleção de ações, conseguimos demonstrar que os métodos têm capacidade de superar o Ibovespa.

Todos os dados obtidos para a execução do algoritmo, agregação da rentabilidade acumulada da carteira e do índice Bovespa foram obtidos em fontes como o próprio site da bolsa

de valores e de outros sites para análise de ações como Economatica e ADVFN. Os dados contavam com vasta cobertura, que ia desde o início de 2015 até o ano de 2020.

Em conclusão, foi possível demonstrar que os algoritmos têm um desempenho bastante satisfatório, esse desempenho é fruto das estratégias utilizadas por cada método que se baseiam nos indicadores das empresas, para então selecionar as mais promissoras. Ademais, os algoritmos mostram-se aberto a utilização tanto de parâmetros quantitativos quanto qualitativos. Entretanto, não é possível determinar a total eficácia do algoritmo em situações futuras, rentabilidade passada não é garantia de rentabilidade futura.

Para desenvolvimento futuro, existem alguns caminhos a se seguir. Poderia ser estudado a aplicabilidade dos algoritmos em outros mercados como o mercado financeiro dos Estados Unidos da América ou em outros ativos como fundos imobiliários e fundos de investimentos. Em adição a isso, há a possibilidade de verificar a eficiência dos algoritmos com uma quantidade maior de dados e num intervalo de tempo superior ao utilizado. Além disso, este trabalho limitou-se ao ranqueamento de empresas baseado em cinco parâmetros quantitativos, trabalhos futuros tem a possibilidade de desenvolver análises mais refinadas, e, portanto, mais eficientes, com a utilização de mais parâmetros, assim como também a combinação com parâmetros qualitativos.

#### 4. Referências

B3. Brasil, Bolsa, Balcão, B3: A Bolsa do Brasil, 2021. <[http://www.b3.com.br/pt\\_br/](http://www.b3.com.br/pt_br/)>.

Brito, O. (2019). Mercado financeiro. Saraiva Educação SA.

Kobori, J. (2019). Análise Fundamentalista: Como obter uma performance superior e constante no mercado de ações. Alta Books Editora.

Neto, A. A. (2014). Mercado Financeiro. Editora Atlas, São Paulo.

Talbi, E. G. (2009). Metaheuristics: from design to implementation (Vol. 74). John Wiley & Sons.

Figueira, J., Tervonen, T., Almeida-Dias, J., Lahdelma, R., & Salmikien, P. (2004, April). SMAA-TRI: a parameter stability analysis method for ELECTRE TRI. In NATO advanced research workshop (pp. 20-24).

de Almeida, A. T., Cavalcante, C. A. V., Alencar, M. H., Ferreira, R. J. P., de Almeida Filho, A. T., e Garcez, T. V. (2015). Multicriteria and Multiobjective Models for Risk, Reliability and Maintenance Decision Analysis. Springer, Switzerland.

Hwang, C.-L. e Yoon, K. (1981). Multiple attribute decision making: methods and applications. Springer, Berlin.

Junior, F. R. L. e Carpinetti, L. C. R. (2015). Uma comparação entre os métodos topsis e fuzzy-topsis no apoio à tomada de decisão multicritério para seleção de fornecedores. *Gest. Prod.*, 22:17–34.

Júnior, A. M. D. e Silva, H. G. A. (2018). Equity valuation with fuzzy multicriteria decision analysis. *Revista Brasileira de Finanças (Online)*, 16:221–249.

Júnior, A. M. D. e Lisboa, J. L. G. (2013). Seleção de debêntures no mercado de renda fixa brasileiro. In *Anais do XLV SBPO*, p. 1368–1395, Rio de Janeiro. SOBRAPO.

Lahdelma, R., & Salminen, P. (2010). Stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA). *Trends in multiple criteria decision analysis*, 285-315.

Tervonen, T., & Figueira, J. R. (2008). A survey on stochastic multicriteria acceptability analysis methods. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 15(1-2), 1-14.

Lo, A. W. (2002). The statistics of Sharpe ratios. *Financial analysts journal*, 58(4), 36-52.