Prova de Cálculo

1) Calcule, quando possível, os limites abaixo. Justifique quando não for possível:

a) $\lim_{z\to 2}\left(\frac{4-z^2}{3-\sqrt{z^2+5}}\right)$

$$\frac{(4-z^2)}{(3-\sqrt{z^2+5}\,)}\cdot\frac{(3+\sqrt{z^2+5}\,)}{(3+\sqrt{z^2+5}\,)}$$

$$\frac{(4-z^2)}{(9-z^2-5\,)}.(3+\sqrt{z^2+5}\,)$$

$$\frac{(4-z^2)}{(4-z^2)}.\left(3+\sqrt{z^2+5}\,\right)$$

$$3+\sqrt{z^2+5}$$

6

b) $\lim_{y\to 2}\frac{2y^4-7y^2+y-6}{y-2}$

$$\frac{(y-2)}{(y-2\,)}.(2y^3+4y^2+y+3)$$

$$2y^3+4y^2+y+3$$

37

c) $\lim_{\alpha\to 0}\left(\frac{\sqrt{\alpha+3}-\sqrt{3}}{\alpha}\right)=$

$$\frac{(\sqrt{\alpha+3}-\sqrt{3})}{\alpha}\cdot\frac{(\sqrt{\alpha+3}+\sqrt{3})}{(\sqrt{\alpha+3}+\sqrt{3})}=\frac{(\alpha+3-3)}{\alpha.(\sqrt{\alpha+3}+\sqrt{3})}$$

$$\frac{\alpha}{\alpha.(\sqrt{\alpha+3}+\sqrt{3})} = \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{3})} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\sqrt{3}}}\ \boldsymbol{ou}\ \frac{\mathbf{\sqrt{3}}}{\mathbf{6}}$$

2) Uma caixa aberta deve ser feita a partir de uma cartolina retangular que mede 66 cm por 48 cm, cortando-se quatro quadrados iguais dos cantos e dobrando-se as abas (ver Fig. 1). Qual o comprimento (x) do lado de um quadrado que permitirá fazer a caixa com o maior volume e qual esse volume?

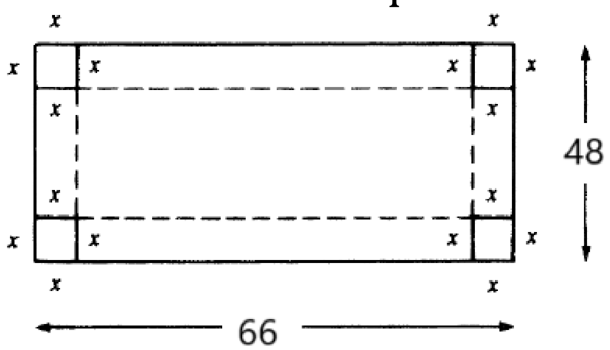

Fig. 1

$$V = (66-2x).(48-2x).x$$
$$V = 4x^3 - 228x^2 + 3168x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 456x + 3168$$
$$x^2 - 38x + 264 = 0$$

$$\Delta = 388$$

$$x = 19 \pm \sqrt{97}$$

Como 48 – 2x > 0, 2x < 48, x < 24,:

$$x = 19 - \sqrt{97}$$

$$x \approx 9 \text{ cm}$$

$$V = 4x^3 - 228x^2 + 3168x$$
$$V = 4.9^3 - 228.9^2 + 3168.9$$

$$V \approx 12960\ cm^3$$

3) A lei da gravitação de Newton pode ser usada para mostrar que se um objeto pesa ω libras (abreviatura: *lb*) na superfície da Terra, então seu peso a uma distância d do centro da Terra é de $\boldsymbol{W(d)} = \frac{\boldsymbol{\omega R^2}}{\boldsymbol{d^2}}$ para $\boldsymbol{d \geq R}$, onde $\boldsymbol{R} = \mathbf{3\ 960}$ milhas é o raio da Terra. Dê uma estimativa da perda de peso do piloto de **150** ***lb*** num caça a **8 milhas** de altitude.

$$W'(d) = \frac{d}{dx} = \left(\frac{\boldsymbol{\omega R^2}}{\boldsymbol{d^2}}\right) = \frac{\boldsymbol{2\omega R^2}}{\boldsymbol{d^3}}$$

$$W'(3960) = \frac{\boldsymbol{2\omega R^2}}{\mathbf{3960^3}} = \frac{\boldsymbol{2\omega(3960)^2}}{\mathbf{3960^3}} =$$

$$\frac{\boldsymbol{2\omega}}{\mathbf{3960}} = \frac{\mathbf{2.150}}{\mathbf{3960}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{66}}\,\boldsymbol{lb/milha}$$

$$\frac{\mathbf{5.8}}{\mathbf{66}} = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{33}}\,\boldsymbol{lb} \approx \mathbf{0,61}\ \boldsymbol{lb}$$

4) Às **4h30** da manhã começa um vazamento em um tanque de resfriamento de um Servidor a uma taxa de $\boldsymbol{3+\frac{t}{4}}$ litros/hora (t é o número de horas depois das **4h30** da manhã). Quanta água é perdida entre as **6h** da manhã, horário que a equipe de manutenção foi acionada e as **11h45** da manhã, horário em que o vazamento foi finalmente contido?

$$v'(t) = -\left(3 + \frac{t}{4}\right)$$

Como t é o número de horas depois das 4h30

6h: $t = 1{,}5$
11h45: $t = 7{,}25$

$$v(7{,}25) - v(1{,}5)$$

$$\int_{1,5}^{7,25} s'(t)dt = -\int_{1,5}^{7,25}\left(3 + \frac{t}{4}\right)dt = -\left(3t + \frac{t^2}{8}\right)\Big|_{\mathbf{1,5}}^{\mathbf{7,25}} =$$

$$-\left(3.\frac{29}{4} + \frac{\frac{841}{16}}{8} - 3.\frac{3}{2} - \frac{\frac{9}{4}}{8}\right) =$$

$$-\left(\frac{87}{4} + \frac{841}{128} - \frac{18}{4} - \frac{36}{128}\right) = -\left(\frac{69}{4} + \frac{805}{128}\right) =$$

$$-\left(\frac{2208+805}{128}\right)=-\frac{\mathbf{3013}}{\mathbf{128}}\boldsymbol{litros} \approx -\mathbf{23,6}\ \boldsymbol{litros}$$

5) Encontre a área limitada por $\boldsymbol{y = 3x^2}$ e $\boldsymbol{y = 3x + 6.}$

$$3x^2 = 3x + 6$$
$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = -1\ e\ x = 2$$

$$\int_{-1}^{2}(3x + 6 - 3x^2)dt = \left(-x^3 + \frac{3x^2}{2} + 6x\right)\Big|_{-1}^{2} =$$

$$(-8 + 6 + 12) - \left(1 + \frac{3}{2} - 6\right) =$$

$$10 + \frac{7}{2} =$$

$$\frac{\mathbf{27}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{u.a}$$