■ **PROJETO DE PESQUISA**
PROJETOS DE PESQUISA - NOVOS

# Estruturas Hiperbólicas em Variedades

NPP2015010003330

Sidnei Furtado Costa | CPF: 012.921.493-02

*sidnei.fc@udesc.br*

*Recebido em **05/05/2019***

## 01. Identificação

Título do projeto
**Estruturas Hiperbólicas em Variedades**

Centro ao qual o projeto será vinculado
**Centro de Ciências Tecnológicas - CCT**

Curso de graduação
**Matemática**

O projeto será vinculado a um curso de pós-graduação?
**Não**

O projeto será vinculado a um grupo de pesquisa?
**Nenhum**

## 02. Prazo de execução

| Início previsto do projeto | | Conclusão prevista do projeto | |
|---|---|---|---|
| Ano | Mês | Ano | Mês |
| **2019** | **Julho** | **2022** | **Junho** |

## 03. Coordenação

Coordenador do projeto
**Sidnei Furtado Costa**

CPF do coordenador do projeto
**012.921.493-02**

E-mail do coordenador do projeto
**sidnei.fc@udesc.br**

Titulação do coordenador do projeto
**Doutorado**

Carga horária
**6h**

## 04. Equipe

## 05. Cronograma

Etapa 1
**Questão Preliminar**

Início
**07/2019**

Fim
**12/2019**

*Fibrados de discos sobre superfícies de gênero maior que 1 são uma classe de variedades de dimensão 4 que é topologicamente/diferenciavelmente completamente classificada pelo número de Euler do fibrado e pela caracteristica de Euler da superfície.*

*A construção de fibrados de discos sobre superfícies obtidos como quociente pela ação discreta e fiel de grupos agindo em uma das variedades hiperbólicas modelo (espaço hiperbólico real de dimensão 4, plano hiperbólico complexo e bidisco) têm sido uma técnica bastante empregada desde o trabalho de N. H. Kuiper (1988).*

*Neste fase do projeto faremos um estudo e pesquisa preliminar sobre as técnicas mais recentes utilizadas na construção de fibrados munidos de estrutura hiperbólica e, como a construção de tais fibrados está estreitamente ligada à teoria de grupos discretos, fazemos também um estudo abrangente sobre a teoria geral de representação de grupos (discretos).*

Etapa 2
**Problemática**

Início
**01/2020**

Fim
**12/2021**

*Nesta fase daremos início ao desenvolvimento e generalização da teoria de interseção entre hipersuperfícies nos espaços hiperbólicos modelo objetivando a construção de poliedros fundamentais para a ação de grupos gerados pela identificação das faces de tais poliedros. Ao mesmo tempo, faremos um estudo sobre as condições instrínsecas necessárias para que as cópias de tais poliedros pela ação dos grupos correspondentes tesselem o espaço modelo, mesmo após sofrerem certa perturbação,* *o que levará, possivelmente, à descoberta de novos invariantes. Como um dos resultados, a construção de tais fibrados de discos lançará luz sobre o (não tão conhecido) espaço de deformações de tais estuturas hiperbólicas.*

*De maneira mais detalhada, seja R o espaço das representações fiéis e discretas de um grupo triangular agindo discretamente no plano hiperbólico real no grupo isometrias de uma variedade hiperbólica modelo X (espaço hiperbólico real de dimensão 4, plano hiperbólico complexo ou bidisco) módulo conjugação. Todos os fibrados de discos sobre superfícies com estrutura modelada em X construídos até o momento, são associados a certos subespaços de R. Em geral, o quociente de X pela ação de um elemento de R é na verdade um fibrado de discos sobre um orbifold. É claro que, pelo Lema de Selberg, existe um subgrupo desse elemento de R que é sem torção e de índice finito tal que o quociente de X pela ação de tal subgrupo é um fibrado de discos sobre uma superfície.*

*O problema de determinar quais elementos de R correspondem a fibrados de discos demanda grande esforço e está diretamente associado à construção de poliedros em X. Não obstante, a construção de poliedros P cujo grupo gerado pelas isometrias de X que identificam as faces de P é conjugado a elementos de R, apresenta um número menor de restrições se comparado à construção de poliedros fundamentais para grupos discretos arbirtários.*

*Mais precisamente: dadas três superfícies totalmente geodésicas em X duas a duas disjuntas, e isometrias de ordem finita estabilizando cada uma dessas superfícies de modo que seu produto é a isometria identidade, podemos construir um poliedro P com vértices nessas superfícies e faces compostas por segmentos de hipersuperfícies conectando tais vértices. O fato de o produto das isometrias ser a identidade implica imediatamente que o grupo G gerado por essas isometrias é conjugado a alguma representação de um grupo triangular no grupo de isometrias de X. Tal construção precisa ainda satisfazer três condições adicionais. Primeiro, as faces do poliedro não podem se intersectar. Segundo, o poliedro deve ser fibrado por discos topológicos. Por fim, as condições locais do Teorema Poliedral de Poincaré em dimensão 4 devem ser satisfeitas, o que vai garantir que as cópias do poliedro P pelos elementos de G tesselam a variedade X. E, neste caso, teremos que G é discreto, ou seja, que G é conjugado a algum elemento de R. Além disso, o espaço de deformações de tais representações corresponde, portanto, ao espaço de deformações do poliedro P que preservam as condições que acabamos de listar.*

*O método descrito acima, será a principal ferramenta que utilizaremos na construções de fibrados de discos sobre superfícies uniformizados por X.*

Etapa 3
**Conclusões**
*Nesta etapa pretendemos estar aptos a redigir e publicar os resultados obtidos em forma de artigo científico e submetê-lo a revista internacional ou nacional, conforme o impacto do resultado obtido.*

Início
**01/2022**

Fim
**07/2022**

## 06. Área do conhecimento

**Geometria e Topologia (Subárea)**
Matemática (Área)
Ciências Exatas e da Terra (Grande área)

## 07. Descrição


Resumo

**Este projeto propõe a construção de novos fibrados de discos sobre superfície munidos de estruturas hiperbólicas, atráves da generalização de métodos já bem conhecidos para a construção de fibrados desse tipo.**



Palavras-chave

**Estruturas Geométricas, Geometria Hiperbólica, Fibrados de discos, Grupos discretos**


## 08. Referências bibliográficas


1. Anan´n, A. and Gusevskii, N. Complex Hyperbolic Structures on Disc Bundles over Surfaces. II. Example of a Trivial Bundle. ArXiv Mathematics e-prints, December 2005.

2. Anan'in, A., Grossi, C. H. and Guseviskii, N. Complex hyperbolic structures on disc bundles over surfaces. International Mathematics Research Notices, 52:4295–4375, 2011.

3. Anan'in, S. and Chiovetto, P. A couple of real hyperbolic disc bundles over surfaces. preprint, https://arxiv.org/abs/1609.02206v1, 2016.

4. Anan'in, S. and Grossi, C. H.. Coordinate-free classic geometries. Moscow Math. J., 11:633–655, 2011.

5. Anan'in, S. and Grossi, C. H. Yet another poincar´ e polyhedron theorem. Proc. Edinburgh Math. Soc., 54:297–308, 2011.

6. Beardon, A. F. The Geometry of Discrete Groups. Graduate Texts in Mathematics, Vol 91. Springer-Verlag, 1995.

7. Catanese, F. and Franciosi, M. A characterization of surfaces whose universal cover is the bidisk. ArXiv e-prints, March 2008.

8. Costa, S. F. and Grossi, C. H. Disc bundles over surfaces uniformized by the bidisc. in preparation.

9. Costa, S. F. and Grossi, C. H. Hypersurfaces of the bidisc. in preparation.

10. Deligne, P. and Mostov, G. D.. Monodromy of hypergeometric functions and non-lattice integral monodromy. Publ. Math IHES, 63:5–89, 1986.

11. Donaldson, S. K. The geometry of 4-manifolds. Proc. of the Inter. Congress of Mathematicians, 1: 43–53, 1986.

12. Freedman, M. H. The topology of 4-dimensional manifolds. J. ifferential Geom., 17:357–453, 1982.

13. Goldman, W. M. Complex hyperbolic geometry. Clarendon press - Oxford, 1999.

14. Goldman, W. M., Kapovich, M., and Leeb, B. Complex hyperbolic manifolds homotopy equivalent to a riemann surface. Comm. Anal. Geom., 9(1):61–95, 2001.

15. Gromov, M., Lawson, H. B. and Thurston, W. M. Hyperbolic 4-manifolds and concormally flat 3-manifolds. Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math., 68:27–45, 1988.

16. Grossi, C. H. Fibrados hiperbólicos e o turnover. Tese de livre docˆ encia, 2015. ICMC-USP.

17. Gusevski, N. A., Krushkal, S. L. and Apanasov, B. N. Kleinian groups and uniformization in examples and problems.

18. Katok, S. Fuchsian Groups. Chicago lectures in mathematics series. The University of Chicago Press, 1992.

19. Klein, C. F. Neue beiträge zur riemann'schen functionentheorie. Mathematische Annalen, 21:141–218, 1883.

20. Koebe, P. über die uniformisierung beliebiger analytischer kurven. Göttinger Nachrichten, pages 191–210, 1907.

21. Koebe, P. über die uniformisierung beliebiger analytischer kurven (zweite mitteilung). Göttinger Nachrichten, pages 633–669, 1907.

22. Koebe, P. Über die uniformisierung reeller analytischer kurven. Göttinger Nachrichten, pages 177–190, 1907.

23. Kuiper, N. H. Hyperbolic 4-manifolds and tesselations. Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math, 68: 47–76, 1988.

24. Luo, F. Constructing conformally flat structures on some seifert fibered 3-manifolds. Math. Ann., 294(3):449–458, 1992.

25. Perelman, G. Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds. ArXiv Mathematics e-prints, July 2003.

26. Perelman, G. Ricci flow with surgery on three-manifolds. ArXiv Mathematics e-prints, March 2003.

27. Perelman, G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications. ArXivMathematicse-prints, November 2002.

28. Poincaré, J. H. Mémoire sur les fonctions fuchsiennes. Acta Mathematica (Springer Netherlands), 1:193–294, 1882.

29. Poincaré, J. H. Sur un théorème de la théorie générale des fonctions. Bul. de la Soc.Math. de France, 11:112–125, 1907.

30. Ratcliffe, J. G. The Foundations of Hyperbolic Manifolds. Graduate Texts in Mathematics , Vol 149. Springer-Verlag, 2 edition, 2006.

31. Selberg, A. On discontinuous groups in higher-dimensional spaces. Contributions to Function Theory, Tata Institute, 1960.

32. Thurston, W. P. Three-dimensional manifolds, kleinian groups and hyperbolic geometry. American Mathematical Society. Bulletin. New Series., 6:357–381, 1982.

## 09. Anexos

| Projeto de Pesquisa | Extensão | Tamanho |
|---|---|---|
| **projeto_short.pdf** | **pdf** | **215 KB** |
| **cronograma.pdf** | **pdf** | **48 KB** |