UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO – 04/2024

Área de Conhecimento: ELETROMAGNETISMO E MATERIAIS ELÉTRICOS

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 1:___________________________

1) **Explique o estado ferromagnético comentando: domínios magnéticos, saturação magnética, histerese magnética e a relação com a magnetização remanescente, campo coercitivo, dissipação de potência e a dependência da permeabilidade magnética com o campo aplicado (2 pontos).**

Ref: Van Vlack, Lawrence. Princípios de Ciência e Tecnologia dos Materiais. Editora Campus. 1984, pag. 117-120 e Ramos, A.; Eletromagnetismo, Ed. Blucher, 1a. Ed, 2016, SP-Brasil. Pg. 197 a 207

R.: O estado ferromagnético ocorre abaixo de uma temperatura característica, denominada de temperatura Curie, em certos metais como ferro, níquel e cobalto e diversas ligas desses metais com outros elementos metálicos ou não. É caracterizado pela existência de magnetização espontânea. Os dipolos magnéticos atômicos se organizam em domínios, que são regiões internas com dimensões demicrômetros, nos quais todos os dipolos estão alinhados em uma mesma direção e sentido. Apesar disso, o objeto pode não apresentar magnetização macroscópica, porquea quantidade de domínios pode ser muito grande e a orientação de suas magnetizações no espaço é, a princípio, aleatória. Quando um campo magnético externo é aplicado no objeto, seus domínios magnéticos aumentam ou diminuem de volume, conforme estão espontaneamente magnetizados favoravelmente ou desfavoravelmente ao campo aplicado. Desse modo, passa a existir um predomínio de domínios orientados no sentido do campo e a magnetização macroscópica se manifesta e aumenta com o aumento do campo aplicado. Isso ocorre até o limite no qual todos os dipolos magnéticos do material estão alinhados na mesma direção e sentido. Esse estado é denominado de saturação magnética. Quando o campo aplicado varia no tempo, alternando ciclos positivos e negativos, manifesta-se o fenômeno da histerese magnética. Trata-se de um efeito de memória produzido pela dissipação de energia na medida em que os domínios magnéticosaumentam e diminuem e os dipolos giram para se alinhar com o campo aplicado. Isso determina uma curva de magnetização que não é única, mas depende dos estados anteriores da amostra. Por exemplo, quando o objeto é magnetizado até a saturação em cada ciclo, a curva de magnetização completa apresenta dois caminhos distintos de variação da magnetização com o campo aplicado, sendo um caminho para magnetizaçãono sentido positivo e outro para a magnetização no sentido negativo, dando origem ao chamado laço de histerese. Nessa situação, a magnetização apresenta valor residual, denominado de magnetização remanescente, quando o campo aplicado é nulo. Além disso, para anular a magnetização remanescente, deve-se aplicar campo magnético inverso com um valor característico denominado de campo coercitivo. A energia dissipada por ciclo de magnetização é proporcional à área interna do laço de histerese. Nos materiais ferromagnéticos, uma vez que a magnetização varia com o campo aplicado de modo não linear, a permeabilidade magnética do material não é uma constante, mas, depende da intensidade do campo aplicado. A permeabilidade geralmente aumenta muito na medida em que o campo aplicado aumenta para campos de pequena intensidade até as proximidades do campo coercitivo, quando então diminui na medida em que o material se aproxima da saturação magnética.

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO – 04/2024

Área de Conhecimento: ELETROMAGNETISMOE MATERIAIS ELÉTRICOS

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 2:____________________________

2) **Conceitue polarizabilidade molecular e discuta sua relação com a constante dielétrica e relação constitutiva na matéria (2 pontos).**

Ref: Ramos, A.; Eletromagnetismo, Ed. Blucher, 1aEd, 2016, SP-Brasil. Pg. 164 e 169

R: A polarizabilidade molecular é uma grandeza que relaciona a intensidade do campo elétrico molecular e o momento de dipolo elétrico induzido na molécula. Pode ser descrita pela seguinte equação:

$$\vec{p}_m = \alpha \vec{E}_m$$

Onde $\vec{p}_m$ é o momento de dipolo induzido na molécula, α é a polarizabilidade molecular e $\vec{E}_m$ é o campo elétrico local na molécula, também denominado de campo molecular. Quando o campo elétrico é aplicado na matéria, as moléculas se polarizam por deslocamentos de suas nuvens eletrônicas (polarização eletrônica), por deslocamentos de seus átomos (polarização atômica) e por alinhamento de seus dipolos permanentes. Surge então a polarização macroscópica, definida como a densidade volumétrica de momento de dipolo $\vec{P}$ que, na maioria dos materiais é proporcional ao campo elétrico macroscópico $\vec{E}$:

$$\vec{P} = N_m \vec{p}_m = N_m \alpha \vec{E}_m = \chi_e \varepsilon_o \vec{E}$$

Onde N_m é a densidade molecular, χ_e é a susceptibilidade elétrica do material e ε_oé a permissividade elétrica do vácuo. A relação constitutiva elétrica, estabelece que a indução elétrica, a polarização e o campo elétrico macroscópico estão relacionados da seguinte forma:

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P}$$

Substituindo-se a polarização, encontra-se a relação constitutiva básica entre indução e campo elétrico:

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_o \vec{E}$$

Onde ε_r é denominada de constante dielétrica da matéria. Além disso, considerando que o campo molecular depende do campo macroscópico, mas é modificado pela própria polarização do meio, da seguinte forma:

$$\vec{E}_m = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_o}$$

Pode-se usar esta equação junto com as anteriores para obter uma relação entre a polarizabilidade das moléculas e a constante dielétrica da matéria em uma substância constituída por apenas um tipo de molécula.

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{N_m \alpha}{3\varepsilon_o}$$

Este modelo, denominado de Clausius-Mossotti, é válido apenas para substâncias apolares, porque as interações dipolares não foram consideradas no cálculo do campo molecular. Mas, ele permite prever que quanto maior a densidade molecular e a polarizabilidade das moléculas, maior será a constante dielétrica do material.

PROCESSO SELETIVO – 04/2024

Área de Conhecimento: ELETROMAGNETISMO E MATERIAIS ELÉTRICOS

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 3:____________________________

3) **Um plano infinito com espessura desprezível encontra-se carregado com uma densidade superficial de carga dada por q_o. 3.1) Explique como determinar uma expressão matemática para o campo elétrico em um ponto P a uma altura b do plano infinito (1.5 pontos). 3.2) comente o resultado obtido comparando-o com: a) o campo elétrico de uma carga pontual e sua dependência com a distância dessa carga até outra carga de teste; b) o campo elétrico gerado por uma linha carregada uniformemente e infinita e sua dependência de amplitude com a distância *b* da linha até uma carga de teste (1.5 pontos).**

Ref: Ramos, A.; Eletromagnetismo, Ed. Blucher, 1aEd, 2016, SP-Brasil. Pg. 25 a 29

R: **3.1)** Há duas maneiras para se resolver o problema. Escolhe-se aqui a mais direta, utilizando a lei de Gauss. Outra opção utilizaria a integração das cargas infinitesimais gerando o campo de acordo com a lei de Coulomb, requerendo a integração de um anel de carga com raio arbitrário no plano e posteriormente integrando o campo gerado por esses aneis ao longo do plano, obtendo-se das integrais que os campos azimutais e radiais são nulos e somente o campo axial ortogonal ao plano é não nulo e também independe da distância ao plano. Inicialmente, já se convenciona que para uma densidade de carga positiva o vetor de campo vai apontar para fora do plano.
Podemos utilizar a lei de Gauss $\oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} = Q / \varepsilon_0$ e considerar no plano carregado infinito uma área arbitrária A que compreenda uma carga específica, que será dada por Aq_o . Suponha que uma superficie cilindrica e ortogonal ao plano tem a linha de intersecção com o plano um perímetro que define a área *A*. Dessa forma, a integral de superfície ao longo dessa linha em torno da superfície fechada do cilindro deverá ser igual a carga total envolvida pela área resultando em Aq_o / ε_0 Já que a lei de Gauss relaciona uma área infinitesimal do plano $d\boldsymbol{A}$ no produto interno com o vetor de campo **E**, integrada ao longo do contorno de A, e que não se sabe o angulo entre ambos os vetores, sendo a integral de superficie nesse resultado igual ao fluxo de campo. Deve-se aqui, para fins práticos, considerar a uniformidade da distribuição de carga sobre o plano, consequentemente indicando uniformidade de campo e indicando que no plano infinito a simetria encaminha a ortogonalidade de E em relação ao plano infinito. **3.2)** quanto ao ângulo do campo em relação ao plano, ou a $d\boldsymbol{A}$, podemos considerar que nas tampas do cilindro, independendo da altura delas, envolvendo a carga considerada, teremos que o versor da área infinitesimal será paralelo e de mesma direção que o vetor de campo, causando o produto interno nas tampas do cilindro a ser EA, com mesmo valor em ambas as tampas. Nas paredes do cilindro ortogonais ao plano carregado, esse produto interno é nulo, supondo ortogonalidade do campo. Dessa forma, o fluxo será igual a $2EA = Aq_o / \varepsilon_0$ donde se tira a amplitude do campo a qualquer distância do plano, ou seja, $E = q_o / 2\varepsilon_0$. É sabido que, para uma carga pontual pela lei de Coulomb, o campo tem amplitude inversamente proporcional ao quadrado da distância *b* da carga, ou seja, $E \sim 1/b^2$. Já para o campo em uma linha carregada infinita, sua amplitude $E \sim 1/b$, que pode ser obtido com a lei de Gauss considerando um cilindro coaxial com a linha. Para o campo em relação a um plano infinito, tem-se $E \sim 1/b^0$, ou seja, como indicado no resultado anterior, E independe da distância.

Área de Conhecimento: ELETROMAGNETISMO E MATERIAIS ELÉTRICOS

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 4:___________________________

4. Sabendo que as equações de Maxwell na forma diferencial são dadas por:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

E que as equações constitutivas são dadas por:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$
$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

4.1) Aplique o operador rotacional na equação de Faraday e deduza a equação de onda eletromagnética no domínio do tempo para onda propagando no vácuo (1.5 pontos).

4.2) Determine a velocidade da onda (1.5 pontos).

Lembrete: para um campo vetorial $\vec{A}$, tem-se:

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A})$$

Ref: Ramos, A.; Eletromagnetismo, Ed. Blucher, 1aEd, 2016, SP-Brasil. Pg. 283 a 285

R: **4.1)** conforme sugerido, aplica-se o rotacional sobre o rotacional do campo elétrico na equação de Faraday e substitui-se B usando a equação constitutiva correspondente, produzindo:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_o \frac{\partial(\nabla \times \vec{H})}{\partial t}$$

Considerando agora a lei de Ampére, substitui-se na derivada do rotacional do campo magnético usa-se a equação constitutiva para o campo magnético gerando a derivada segunda do campo elétrico e, utilizando-se o lembrete:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_o \frac{\partial(\nabla \times \vec{H})}{\partial t} = -\mu_o \varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}^2}{\partial t^2}$$

Considerando a lei de Gauss no vácuo em ambiente sem cargas, anula-se o divergente do campo elétrico (substituindo-se a equação constitutiva para **D** na expressão remanescente), resultando em:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

. Dessa forma obtém-se a equação da onda para o campo elétrico. **4.2)** O coeficiente que multiplica a derivada segunda do campo elétrico na equação de onda corresponde a um fator de velocidade $1/v^2$ na equação de onda genérica que é igualado ao produto da permeabilidade magnetica no vácuo com a permissividade elétrica do vácuo na derivada segunda do campo eletrico nessa equação, resultando na velocidade da onda eletromagnética no vácuo, ou da velocidade da luz *v=c*:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad [\mathrm{m/s}]$$

Assinaturas do documento

Código para verificação: **YUZ297L5**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

ALEKSANDER SADE PATERNO (CPF: 018.XXX.389-XX) em 24/06/2024 às 12:16:03
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:40:59 e válido até 30/03/2118 - 12:40:59.
(Assinatura do sistema)

JOAQUIM RANGEL CODECO (CPF: 501.XXX.367-XX) em 24/06/2024 às 13:08:20
Emitido por: "SGP-e", emitido em 09/05/2019 - 17:57:39 e válido até 09/05/2119 - 17:57:39.
(Assinatura do sistema)

RAIMUNDO NONATO GONCALVES ROBERT (CPF: 157.XXX.772-XX) em 24/06/2024 às 14:46:17
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:38:42 e válido até 30/03/2118 - 12:38:42.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwMjU1MDJfMjU1MzlfMjAyNF9ZVVoyOTdMNQ== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00025502/2024** e o código **YUZ297L5** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.