

TANGRAM: DA CONSTRUÇÃO AO USO EM SALA DE AULA

João Luiz Kormann¹
Ana Paula Sartori Gomes²
Elisandra Bar de Figueiredo³

RESUMO

O tangram clássico é um quebra-cabeça milenar chinês composto de sete peças sendo cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Cabe ao jogador combinar essas peças e criar figuras exercitando o raciocínio lógico e a criatividade. Existem variações do tangram que surgiram a partir de outras formas, como coração, triângulo, círculo e oval. Neste artigo, descrevemos as construções manual e com auxílio do GeoGebra de três tangrams nos formatos quadrado, que é o tradicional, coração e círculo. A confecção manual envolve o desenho usando régua, esquadro e compasso e posterior recorte das peças. A construção com ferramentas tecnológicas exige o acesso ao software e salas equipadas, além do conhecimento técnico dessas ferramentas para produzir o desenho. Na nossa proposta usamos o software livre GeoGebra. Esse modelo feito computacionalmente pode ser impresso e as partes recortadas manualmente, ou o corte ser feito usando uma máquina de corte a laser em diversos materiais. Além do aprendizado gerado durante o processo de construção os materiais podem ser usados para o ensino de geometria plana no Ensino Infantil e Fundamental. Dentre os conteúdos que podem ser trabalhados, destacamos o reconhecimento de figuras geométricas, áreas de figuras planas, decomposição de áreas, frações, lógica e ângulos. O objetivo dos materiais, no contexto que foram criados, é auxiliar no desenvolvimento das habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) voltadas ao manuseio de ferramentas, como compasso, esquadro e régua, na criação dos tangrams manuais e, com relação ao uso de softwares, trabalhar as habilidades propostas pela BNCC relacionadas ao uso de tecnologias para o ensino de matemática em sala de aula. Temos como hipótese que o uso e construção desses materiais pode tornar o ensino de geometria mais lúdico e menos abstrato, pois os alunos poderão manipular os materiais para observar várias formas geométricas e suas propriedades.

Palavras-chave: Material concreto, Construções geométricas, GeoGebra, Geometria plana.

INTRODUÇÃO

O Tangram clássico é um quebra-cabeça de sete peças que juntas formam um quadrado. Ele é muito usado na Educação Infantil para ensinar as formas geométricas e estimular a curiosidade dos alunos, uma vez que a dinamicidade do material, permite, ao manuseá-lo, o surgimento de diferentes figuras, que as crianças ainda não conhecem. Também no Ensino Fundamental é um material didático frequentemente utilizado, tendo diferentes objetivos, como por exemplo trabalhar a decomposição de áreas de figuras poligonais, apresentar e auxiliar no

¹ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, 47joaoluiz@gmail.com;

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, ana.paula.sartori.gomes@gmail.com;

³ Doutora em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. Professora Associada da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, elisandra.figueiredo@udesc.br.

entendimento de elementos (número de lados, vértices etc.) das formas geométricas mais recorrentes, como o triângulo e o quadrado. Além disso, serve para incentivar a criatividade, a partir da livre manipulação das peças, formando as mais diferentes formas, com características diferentes das formas geométricas usuais. No entanto, o Tangram clássico tem limitações, como por exemplo o estudo das características de círculos ou qualquer outra figura com partes arredondadas.

Motivado por um trabalho proposto em uma disciplina curricular e pelo fato de ser bolsista no Laboratório Fábrica Matemática – FAB3D⁴ - o primeiro autor modelou e construiu um tangram em formato de coração com a ideia de trabalhar com formas geométricas relacionadas ao círculo e setores circulares. Posteriormente foram feitas pesquisas, modelados e construídos outros três tangrams (circular, oval e triangular) com o objetivo de aumentar as possibilidades de abordagem, trazendo outras formas que não haviam sido apresentadas, levando alternativas diferentes para as aulas. Todos os modelos foram feitos em softwares livres e confeccionados em MDF para uma maior durabilidade.

Para este trabalho trazemos uma proposta de construção manual e computacional usando o software GeoGebra de três tangrams: o quadrangular, o de coração e o circular. Propomos que o professor faça a construção manual com os seus alunos trabalhando com diversos elementos da geometria. Dependendo da viabilidade leve também a ideia da construção no GeoGebra que é um software de geometria dinâmica de fácil acesso e manuseio, ou pelo menos cite essa possibilidade como uma curiosidade e incentivo de pesquisa para os alunos. A ideia da confecção do tangram manualmente é fazer com que o aluno desenvolva habilidades no manuseio de ferramentas, como compasso, esquadro e régua e, na criação por meio de ferramentas tecnológicas para estimular o uso da tecnologia no ensino de matemática.

Em seguida, apresentaremos a metodologia, breve fundamentação teórica, discussões e conclusões sobre o material desenvolvido.

METODOLOGIA

Essa pesquisa está inserida num projeto de ensino que visa o desenvolvimento de materiais concretos para o ensino de matemática. A ideia da construção de diferentes tangrams surgiu de um trabalho proposto para os alunos da disciplina de Laboratório de Ensino (LEM) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina. Nessa

⁴ Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina onde são desenvolvidos materiais de ensino de Matemática usando impressão 3D e corte a laser.

oportunidade o primeiro autor modelou usando o software livre FreeCAD e produziu o tangram em formato de coração usando as ferramentas disponíveis do Laboratório FAB3D. Além disso, elaborou uma prática de ensino que foi aplicada com os alunos de LEM. Posteriormente, em suas pesquisas como bolsista do FAB3D desenvolveu outros modelos de tangram (circular, oval, triangular e quadrangular) com o objetivo de disponibilizar materiais variados para professores e alunos. Nesse texto serão apresentados o tangram tradicional (quadrangular), o de coração e o circular, trazendo a perspectiva da construção manual usando técnicas de desenho geométrico e a construção no GeoGebra por ser uma ferramenta acessível para professores e alunos e que também possibilita adaptação para a produção usando uma máquina de corte a laser.

Para desenvolver esse trabalho foi usada a pesquisa bibliográfica (Gil, 2007) em livros, artigos e tutoriais online para definir as peças que iriam compor cada tangram, as técnicas para a construção manual e a modelagem nos softwares.

REFERENCIAL TEÓRICO

Tangram é um quebra-cabeça milenar chinês formado por sete peças com formas geométricas planas, sendo cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo, o desafio é montar um quadrado usando todas as peças sem sobreposição. Como não há informações precisas sobre a criação do tangram, surgiram diversas lendas sobre sua origem, várias relatam que um imperador chinês deixou cair um espelho quadrado que quebrou em sete partes e ao tentar montá-lo formou diversas formas diferentes (Steigleder; 2011, Dantas, 20--?).

O tangram é um material muito versátil nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos visto que traz com ele o reconhecimento de formas e figuras geométricas. Ao utilizar suas peças para formar figuras, as crianças aprendem a reconhecer e nomear diferentes formas geométricas, como quadrados, triângulos e paralelogramos, além de criarem novas formas. Ao receberem desafios para criarem diferentes figuras com as sete peças elas trabalham com a resolução de problemas, a criatividade e o pensamento lógico. Além disso, as atividades com tangram permitem que as crianças explorem conceitos de simetria e congruência, já que precisam ajustar e combinar as peças de maneira correta para formar as figuras desejadas (Berger, 2013).

Ademais, os materiais concretos são recursos que geralmente despertam o interesse e a participação do estudante nas atividades, fazendo uma conexão entre o conteúdo teórico e a representação física, conforme Montessori (1965, p.161):

É bem certo que, se ao exercitar-se com o material sensorial, a criança aumentou a sua capacidade de distinguir as coisas; tornou seu espírito mais aberto a uma crescente atividade de trabalho, ter-se-á tornado também uma observadora mais perfeita e mais inteligente; e elas que, anteriormente, pareciam só interessadas pelo menos, são-no agora pelo mais.

Analisando a unidade temática de Geometria na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) temos que:

Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica. (Brasil, 2018, p.272).

Várias habilidades da BNCC remetem ao estudo de propriedades de figuras planas, seu reconhecimento em diferentes disposições, cálculos de áreas usando equivalências, entre outros. Destacamos:

(EF05MA17) – Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

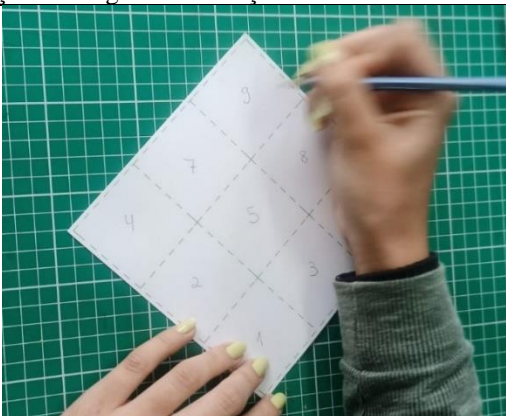
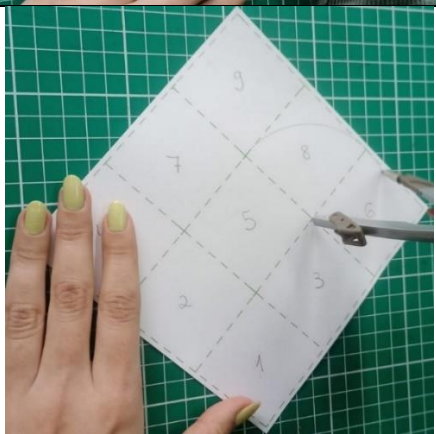
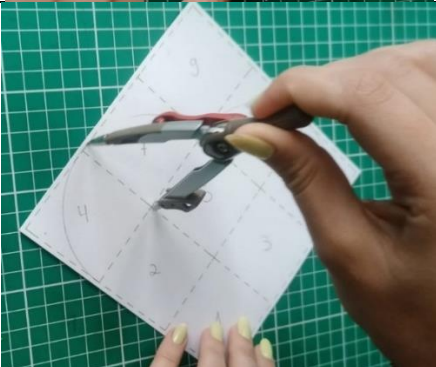
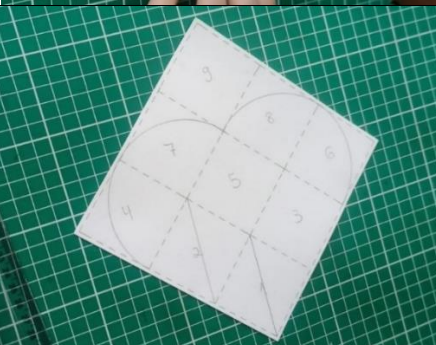
(EF06MA21) Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares. (Brasil, 2018, p.297 - 303).

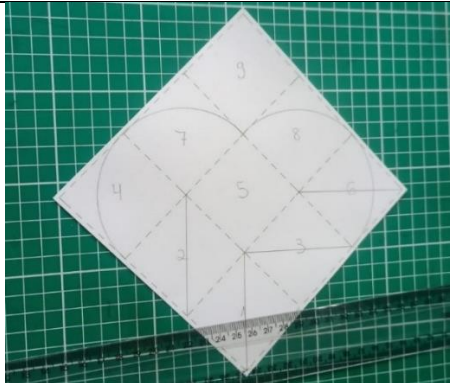
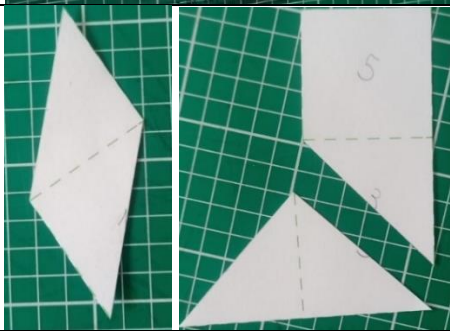
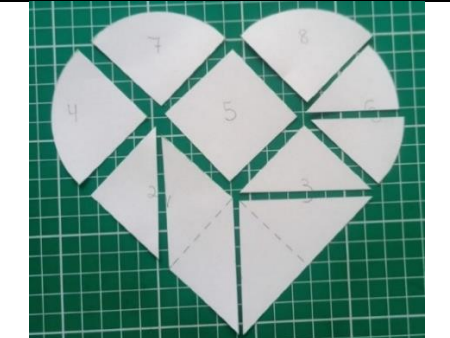
Desta forma propomos a construção do tangram de forma manual explorando os elementos usando régua, esquadro e compasso e num segundo momento a modelagem computacional a qual exige o conhecimento técnico das ferramentas para produzir o desenho. Esse modelo feito computacionalmente pode ser impresso e as partes recortadas manualmente, ou o corte ser feito usando uma máquina de corte a laser em diversos materiais.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nessa proposta visamos resgatar o desenho geométrico com uso de régua, compasso e esquadros para traçar paralelas, perpendiculares, setores circulares entre outros, com a finalidade de reforçar esses elementos geométricos com os alunos. Para todas as construções sugerimos que o uso de papel colorido, ou que as partes sejam pintadas. Ainda, para ter um material mais resistente, o desenho pode ser feito em cartolina, em papelão ou em EVA. No Quadro 1 apresentamos um passo a passo para a construção manual do tangram do coração. Durante a construção o professor pode revisar as formas geométricas (quadrado, círculo, triângulo, paralelogramo) e os elementos: vértice, aresta, semicírculo, setor circular, lados paralelos etc.

Quadro 1: passo a passo da construção do tangram do coração

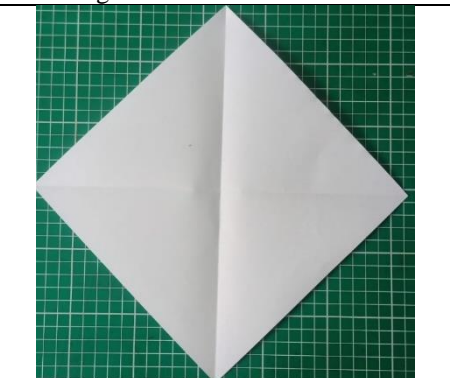
<p>1. Construa um quadrado de lado 9 cm e o divida em nove quadrados enumerados como na figura ao lado;</p>	
<p>2. Usando a ponta seca do compasso no vértice comum aos quadrados de número 3, 5, 6 e 8 trace um semicírculo de raio 3 cm pelos quadrados de número 6 e 8;</p>	
<p>3. Repetindo o passo anterior com a ponta seca no vértice de interseção dos quadrados de número 2, 4, 5 e 7, trace um semicírculo nos quadrados de número 4 e 7. Perceba o coração que ficou desenhado. O quadrado de número 9 não fará parte do tangram do coração. Nos passos seguintes faremos a divisão de alguns dos quadrados para formar outras formas geométricas;</p>	
<p>4. Trace as diagonais dos quadrados de número 1 e 2, como na imagem ao lado. Assim terá um paralelogramo formado por metade dos quadrados de número 1 e 2;</p>	

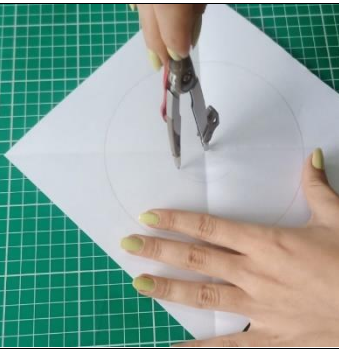
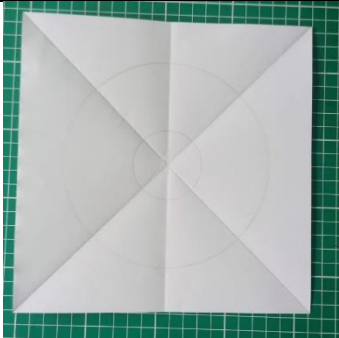
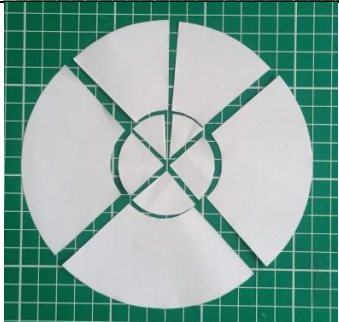
<p>5. Para finalizar trace as diagonais dos quadrados de número 3 e 6, como na imagem ao lado. Com a diagonal do quadrado de número 6 definimos dois setores de 45°;</p>	
<p>6. Recorte as linhas externas do quadrado grande e as que foram marcadas nos passos 3, 4, 5 e 6. 7. Recorte as linhas dos quadrados pequenos, exceto a aresta entre os quadrados de número 1 e 2, ali terá o paralelogramo, e exceto a aresta entre os quadrados de número 1 e 3, para ter um triângulo grande;</p>	
<p>O resultado está na imagem ao lado.</p>	

Fonte: produção do autor, 2023.

No Quadro 2 temos o passo a passo da construção do tangram circular. Nessa construção podem ser exploradas as ideias de anel e setor circular, raio e diâmetro de circunferência, diagonal, vértice e aresta de quadrado.

Quadro 2: passo a passo da construção do tangram circular

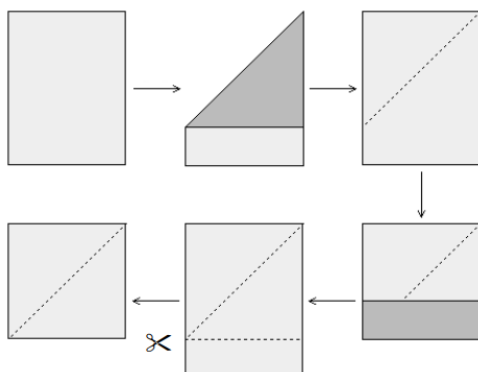
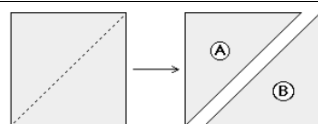
<p>1. Recorte um quadrado grande e marque as suas diagonais, dobrando ele de forma a juntar os vértices opostos;</p>	
--	--


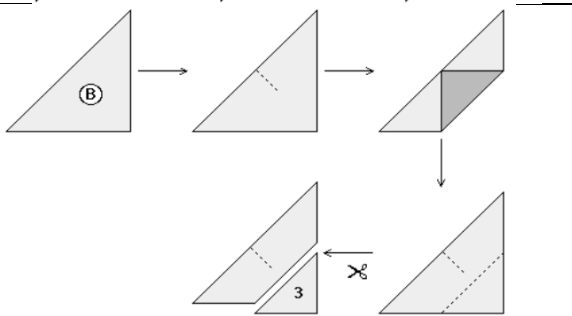
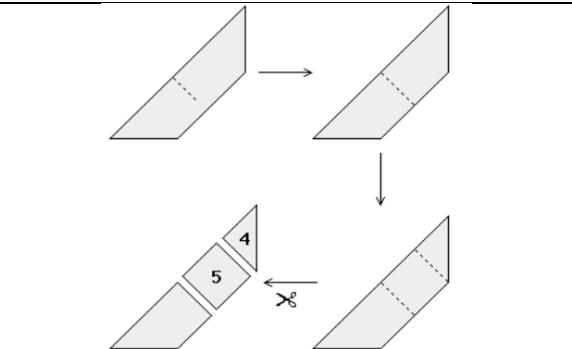
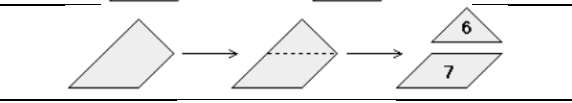
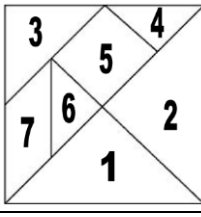
<p>2. Com um compasso desenhe dentro desse quadrado dois círculos concêntricos, cujo centro está no centro do quadrado. Sugestão: escolha o raio do círculo menor para ser um terço do círculo maior;</p>	
<p>3. Para finalizar marque uma linha dobrando o quadrado unindo dois de seus lados paralelos; 4. Recorte: i) o círculo de fora; ii) as linhas marcadas das diagonais do quadrado (terás quatro setores de 90°); iii) o círculo de dentro (terás quatro anéis de setor e quatro setores pequenos); iv) metade da marca feita no passo 3, para teres dois setores e dois anéis de setor de 45°;</p>	
<p>O resultado está na imagem ao lado.</p>	

Fonte: produção do autor, 2023.

Para criar o tangram quadrado vamos usar uma a folha retangular, por exemplo uma folha A4, seguindo os passos descritos no Quadro 3. Nessa construção temos elementos importantes para serem explorados, como diagonais, ponto médio, trapézios, entre outros.

Quadro 3: passo a passo da construção do tangram clássico (quadrado)

<p>1. Construa um quadrado usando uma folha retangular conforme a imagem ao lado;</p>	
<p>2. Dobre o quadrado pela diagonal, obtendo dois triângulos (A e B). Um desses triângulos divida novamente ao meio para obter dois triângulos menores (1 e 2);</p>	

	
<p>3. No triângulo B marque o meio do lado maior e dobre o vértice oposto sobre esse ponto médio, demarcando o triângulo 3;</p>	
<p>4. Dobre o trapézio ao meio, separando dois trapézios retos. De um deles recorte obtendo o triângulo 4 e o quadrado 5;</p>	
<p>5. O outro trapézio reto recorte para obter o triângulo 6 e o paralelogramo 7;</p>	
<p>O resultado está na imagem ao lado.</p>	



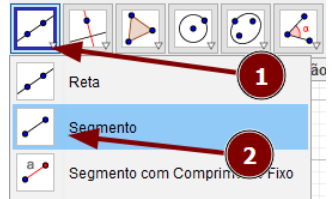

Fonte: adaptado de Construção do tangram, 20__?.

Temos como hipótese que a construção manual pode reforçar as definições, propriedades e elementos das figuras geométricas, além de ser um recurso de baixo custo e fácil acesso para ser feito em sala de aula ou como atividade extraclasse. A construção com auxílio de tecnologia complementa a construção manual, pois requer outras habilidades dos alunos, mas também exige mais do professor, além de espaço físico adequado com computadores e softwares. A modelagem base que seria o desenho de cada parte que compõe os tangrams pode ser feita no software de geometria dinâmica, GeoGebra. Que é livre, disponível para diversas plataformas e idiomas, além de ter uma comunidade com milhões de usuários e inúmeros materiais disponíveis para uso (Hohenwarter; Hohenwarter, 20--?). O desenho feito do GeoGebra pode ser exportado em diversos formatos, entre eles pdf, e png, sendo assim possível imprimir o arquivo e trabalhar com os alunos também com o material concreto. Além desses ele permite exportar em formato vetorial, extensão eps ou svg, estes podem ser abertos em softwares de desenho vetorial para definir cores para as linhas, inserir logotipos, textos etc. e

com isso tornar o arquivo compatível para produção do objeto em corte a laser. Nós usamos o Inkscape⁵, que também é um software livre, para fazer essa adaptação. No final do processo temos um arquivo svg que, no nosso caso, abrimos no software K40 Whisperer⁶ que lê o arquivo, decodifica as informações e envia os comandos para a máquina laser fazer os cortes e gravações no material.

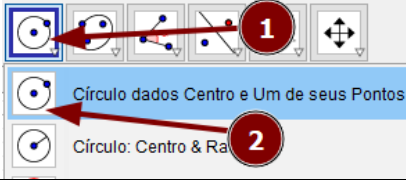
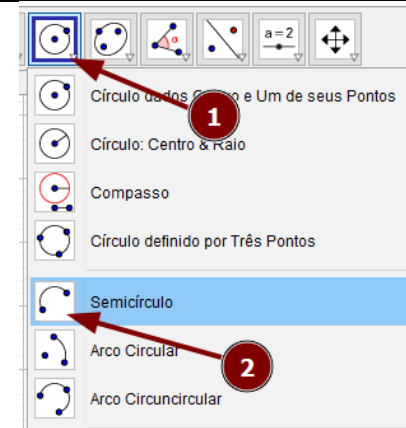
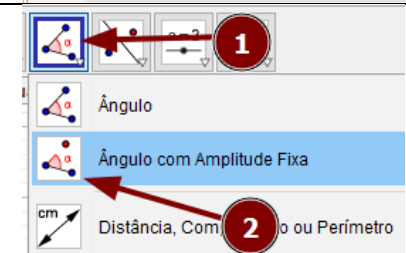
No Quadro 4 trazemos um resumo das ferramentas do GeoGebra que foram usadas na construção dos tangrans e o passo a passo dessas construções, como exportar e abrir em outros programas podem ser acompanhadas no vídeo disponível no link <https://youtu.be/bP-dpza6XbAht>.

Quadro 4: ferramentas do GeoGebra usadas na construção dos tangrans do coração, circular e quadrangular

Ponto de interseções de objetos:	
Ponto médio:	
Segmentos (usado para criar os lados do Tangram):	
Reta paralela:	

⁵ <https://inkscape.org/>

⁶ <https://www.scorchworks.com/K40whisperer/k40whisperer.html>

Círculo usando dois pontos (não necessariamente pré-criados):	
Semicírculo usando dois pontos de um diâmetro:	
Ângulo com amplitude definida:	

Fonte: produção do autor, 2023.

Ao trabalhar com a construção no GeoGebra o aluno se familiariza com as ferramentas do software e tem a possibilidade de conferir áreas e perímetros das figuras construídas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Usando a construção manual com os alunos o professor pode reforçar e até mesmo definir e apresentar vários elementos da geometria euclidiana plana, como retas paralelas e perpendiculares, ponto médio, semicírculo, setor circular além, dos alunos aprenderem a confeccionar um jogo que pode ser usado em diversas situações.

No software GeoGebra a construção é de certa forma mais automática, o aluno não precisa saber desenhar uma reta paralela ou determinar um ponto médio, mas precisa entender os conceitos para buscar a ferramenta correta e ainda tem como apoio resultados como área e perímetro para confrontar com os cálculos manuais.

Uma vez com os tangrans construídos o professor pode explorar diversos conteúdos desde reconhecimento das características das formas até cálculo de áreas por decomposição de figuras, frações, usando as proporções entre as formas que compõe o tangram, medidas de ângulos, e ainda propor uma atividade lúdica com a criação de figuras para contar uma história,

como faz Steigleder (2011) em seu livro *A casa do Elefante e outras histórias*. O tangram é um material validado por professores e pesquisadores, na nossa proposta acrescentamos a sua construção para ampliar as suas potencialidades.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino - PEMSA, ao Laboratório Fábrica Matemática - FAB3D, à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina – FAPES e a Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC.

REFERÊNCIAS

- BEGUER, Carolina Chiarelli. **Explorando o conceito de área com o tangram**. 2013. TCC (Graduação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Curso de Licenciatura em Matemática, Porto Alegre, 2013. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/88265/000912443.pdf>. Acesso em: 26 out. 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: Mecseb, 2018.
- CONSTRUÇÃO do Tangram. **Escola Superior de Educação de Viseu: Matemática para sala de aula, 20--?** Disponível em: <https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/tarefas/Tarefa%20Constru%C3%A7%C3%A3o%20do%20Tangran.pdf>. Acesso em: 02 nov. 2023.
- DANTAS, Tiago. Tangram. **Mundo Educação**, [20--?]. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/curiosidades/tangram.htm>. Acesso em: 26 out. 2023.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Editora Atlas SA, 1987.
- HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. Sobre o GeoGeobra, 20--? Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 02 nov. 2023.
- MONTESSORI, M.T.A. **Pedagogia científica: a descoberta da criança**. São Paulo: Editora Flamboyant, 1965.
- STEIGLEDER, Carlos Geovane. **A casa do Elefante & outras histórias**. Sapiroanga: Mundo das Letrinhas, 2011.