ISSN: 2358-8829

# ESTUDANDO FRAÇÕES: DO CONCRETO AO ABSTRATO[1]

Juliana Elisa Hänsch [2]
Débora Eloísa Nass Kieckhoefel [3]
Elisandra Bar de Figueiredo [4]


## RESUMO

Estudantes demonstram dificuldades em compreender as frações como parte de algo, diferenciá-las de um número inteiro, encontrar equivalências, ordená-las, efetuar as operações usuais, entre outros déficits. Motivadas por essas dificuldades iniciamos uma pesquisa que visa o desenvolvimento de materiais concretos e de uma sequência de atividades para o ensino dos cinco significados de frações (número, parte-todo, operador multiplicativo, medida e quociente) por meio da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas (MEAAMaRP), abordando dez etapas nas quais os alunos são os protagonistas da atividade. Os materiais explorados nas atividades são as barras de frações, contendo frações de um inteiro até um vinte avos, cortadas em MDF usando uma máquina de corte a laser. Em trabalhos correlatos, esse material se mostrou versátil e prático de manipular, pois auxilia a visualização da situação concreta para que o aluno possa abstrair os resultados obtidos e replicar em circunstâncias semelhantes. Além disso, organizamos as atividades da sequência de modo que os alunos construam o conhecimento gradativamente, explorando diferentes modos de representação, partindo do concreto até a forma algébrica, conforme a teoria dos Registros de Representação. Neste artigo, apresentaremos os resultados parciais dessa pesquisa com exemplos de atividades estruturadas apoiadas na MEAAMaRP e na teoria de Registros de Representação. Espera-se que, a partir da aplicação da proposta, os estudantes melhorem a capacidade de interpretação, generalização e abstração, e desenvolvam habilidades e estratégias de resolução de problemas.


**Palavras-chave:** Material concreto, Metodologia de Resolução de Problemas, Teoria de Registros de Representação, Barras de frações, Laboratório de Matemática.

## INTRODUÇÃO

Este estudo discorre sobre o resultado parcial de uma pesquisa de iniciação científica inserida no projeto "Objetos de Aprendizagem e Materiais Concretos: Uma integração Possível" vinculado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC. Nele, apresentamos uma proposta para o estudo de frações, com uso de material concreto com objetivo de diminuir as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo de frações. Nossa motivação foi o trabalho de conclusão de curso de graduação de Oliveira (2022), no qual é elaborada e aplicada uma sequência didática com o uso de material

---

[1] Trabalho desenvolvido dentro do projeto de pesquisa "Objetos de Aprendizagem e Materiais Concretos: uma integração possível" com apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (Fapesc).

[2] Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), julianaelisa2604@gmail.com;

[3] Mestra em Matemática pela Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), Professora do Departamento de Matemática da UDESC, debora.kiechhoefel@udesc.br;

[4] Doutora em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Professora Associada da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), elisandra.figueiredo@udesc.br.

ISSN: 2358-8829

concreto para o ensino de frações em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental (EF). Nesse trabalho, ela aplica atividades contemplando três (número, parte-todo e operador multiplicativo) dos cinco significados de fração, que serão descritos no decorrer desse artigo.

Sob esse contexto, analisamos os resultados obtidos por ela e ampliamos a proposta, de modo a contemplar os cinco significados que as frações podem assumir, incluindo, portanto, as frações como medida e quociente. Em nossa proposta utilizamos a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas (MEAAMaRP), e exploramos algumas formas de representação semiótica das frações conforme a teoria de registros de representação de Duval (2009), partindo da forma concreta para a abstrata e fazendo a associação entre as formas de registro.

Na sequência do texto trazemos a metodologia do trabalho, uma breve fundamentação teórica, os resultados e discussões e as considerações finais.

## METODOLOGIA

Para este trabalho, realizamos uma pesquisa bibliográfica partindo da análise dos resultados obtidos por Oliveira (2022) em seu trabalho de graduação. Impulsionados por esse trabalho nos aprofundamos nos significados que podem ser assumidos pelas frações, investigamos o modo como o conteúdo de frações é apresentado em livros didáticos, elencamos as principais dificuldades dos alunos com este conteúdo e usamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para identificar os objetivos e competências a serem alcançados no ensino de frações, bem como a forma como esse conteúdo deve ser apresentado. Ainda, buscamos bibliografias que versassem sobre o uso de materiais concretos, a MEAAMaRP e a teoria dos registros de representação semiótica.

Após a pesquisa bibliográfica, para obter maior precisão e durabilidade dos materiais manipuláveis, adaptamos as tiras de frações feitas manualmente por Oliveira (2022) na aplicação da sua sequência didática, produzindo as barras de frações em MDF, com o uso de uma máquina de corte a laser.

Com as barras de frações prontas, desenvolvemos fichas com problemas que abordam os cinco significados de frações e exploram o material concreto com intuito de fazer a conversão do problema para a representação pictórica e posterior representação algébrica. Elas foram elaboradas para serem aplicadas com a MEAAMaRP (Allevato; Onuchic, 2021) e seguindo as concepções da teoria dos registros de representação semiótica (Duval, 2009).

ISSN: 2358-8829

## REFERENCIAL TEÓRICO

Dentre as principais dificuldades dos alunos no aprendizado de frações, destacam-se a dificuldade de entender e identificar as suas diferentes formas de representação e de compreender os significados que as frações podem assumir (Santos, 2005).

Dependendo do contexto em que são utilizadas, as frações podem representar diferentes interpretações, Kieren (1988[5] apud Santos, 2005) e Nunes (2003[6] apud Santos, 2005) citam cinco significados que as frações podem assumir conforme descrito no Quadro 1.

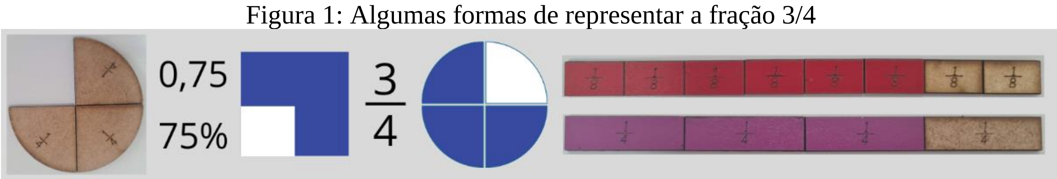
Quadro 1: Cinco significados de fração

| **Significado** | **Descrição** |
|---|---|
| Número | Nesse significado, as frações não precisam estar inseridas dentro de um contexto ou situação específica. A fração deve ser entendida como um número que possui um valor e pode ser representado como forma ordinária ou decimal. |
| Parte-todo | Aqui as frações representam a parte de algo. O denominador representa a quantidade de partes em que o todo foi dividido e o numerador a quantidade de partes que foram tomadas. |
| Medida | A medida pode ser dividida em situações de quantidades intensivas ou extensivas. As quantidades intensivas correspondem a uma relação entre a medida de dois objetos e as quantidades extensivas uma das partes é utilizada como parâmetro para medir as outras. |
| Operador Multiplicativo | A fração é utilizada como multiplicador de uma determinada quantia, ou seja, ela é um escalar aplicado em uma quantidade indicada. |
| Quociente | Neste caso, a fração representa uma divisão de uma quantidade em um determinado número de partes. |

Fonte: Autoras, 2023.

Mais do que interpretar as frações como uma dessas cinco formas, podemos ainda ter várias outras para representá-las. Por exemplo, na Figura 1, a fração $\frac{3}{4}$ está representada na forma fracionária, decimal, percentual, pictórica e concreta.

Figura 1: Algumas formas de representar a fração 3/4




Fonte: Acervo das autoras, 2023.

Cada uma dessas formas de representar as frações é chamada, por Duval, de registro. Segundo Duval (2009) para que ocorra a compreensão dos diferentes tipos de registro é

---

[5] KIEREN, T.E. Number and measurement: mathemathical, cognitive and instructional foundaments of rational number, **Columbus**, OHERIC/SMEA, p.101-144, 1976.

[6] NUNES, T. *et al.* **Introdução à Educação Matemática**: os números e as operações numéricas. São Paulo: Proe, 2001.

ISSN: 2358-8829

necessário que haja uma conexão mental entre *semiósis* (apreensão da representação semiótica) e *noésis* (apresentação conceitual do objeto). Assim, não há semiósis sem noésis, ou seja, para compreender as representações de um objeto é necessário primeiramente entender para que ele serve e como ele funciona, assim como exemplificaremos no decorrer do artigo.

E, se estamos falando em transitar entre as formas de representação, uma possibilidade é o uso de materiais concretos. Lorenzato (2012, p.19) aponta que para ser possível chegar ao abstrato é preciso sair do concreto. Para ele, um material manipulável dinâmico que permite a transformação por continuidade facilita ao aluno "a realização de redescobertas, a percepção de propriedades, e a construção de uma efetiva aprendizagem". Contudo, Passos (2012) alerta que somente com o uso do material concreto não é possível abstrair os conceitos matemáticos empiricamente, pois, para que isso ocorra, é necessária uma ação interiorizada pelo aluno que surge conforme o significado que ele dá às suas ações.

Logo, é importante que o aluno não seja apenas um reprodutor das ações e falas do professor, mas que ele seja um sujeito ativo durante esse processo. Sob esse viés, o uso de materiais concretos e de uma metodologia que incentive o aluno a desbravar o conteúdo e refletir sobre os resultados obtidos pode facilitar a compreensão dos cinco significados de frações e suas representações.

Tendo isso em vista, a sequência de atividades foi elaborada para ser aplicada seguindo as dez etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas (MEAAMaRP) sugeridas por Allevato e Onuchic (2021). Essa metodologia consiste em propor problemas aos alunos de tal modo que eles sejam os protagonistas do processo de ensino-aprendizagem e construam seu conhecimento gradativamente no decorrer da atividade.

Além disso, optamos pelo uso de fichas, pois propondo a mesma sequência de perguntas para todos os alunos, porém com valores diferentes podemos gerar questionamentos instigantes tornando a atividade mais dinâmica e incentivando os debates. Dessa forma, os grupos resolvem questões semelhantes, mas que não necessariamente possuem a mesma resposta. Nesse sentido, ao compartilhar as diferentes respostas entre os grupos será possível verificar que as propriedades observadas dentro de um deles também se repetem nos outros. Caso inicialmente não seja encontrada a semelhança, os alunos poderão, no momento da plenária, trocar ideias e buscar o porquê daquilo.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

ISSN: 2358-8829

Ao pesquisar a forma como os livros didáticos abordam os conteúdos envolvendo frações, notou-se que vários apresentam uma estrutura semelhante. Geralmente o livro inicia citando algum exemplo como a clássica situação da divisão de uma pizza, apresenta a notação fracionária do quanto representa uma das partes dela e explica o que elas significam, como podemos ver na Figura 2a. Após, são apresentados mais alguns exemplos, como na Figura 2b, e então a forma como são lidas as frações. Por fim, são propostos alguns exercícios para que os alunos pratiquem. Observe que o exemplo da Figura 2b apresenta a solução usando barras.

Figura 2: Apresentação de frações em um livro didático

a) Exemplo em formato de pizza

1. Inteiro e parte do inteiro

Daniel vai se atrasar para o jantar. A mãe dele preparou uma *pizza*. Dividiu-a em 4 partes iguais e guardou uma delas para Daniel.

Para representar a parte da *pizza* reservada para Daniel, usamos uma fração: $\frac{1}{4}$.

Nas frações temos:

$\frac{1}{4}$

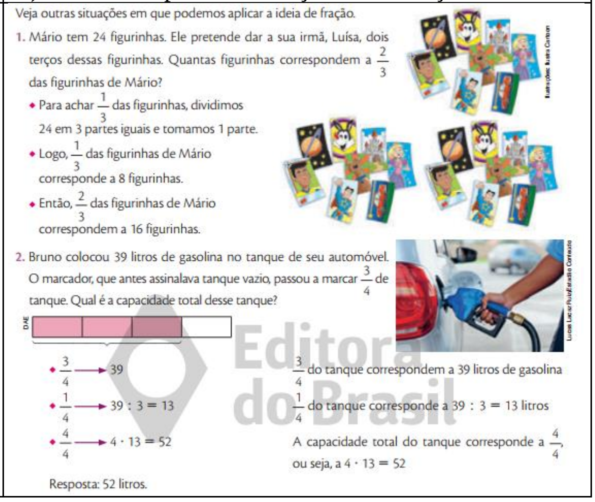
O número que aparece em cima (**numerador** da fração) indica quantas dessas partes foram tomadas.

O número que aparece embaixo (chamado **denominador** da fração) indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

Observe que $\frac{4}{4}$ da *pizza* correspondem à *pizza* inteira.

A fração $\frac{4}{4}$ indica uma quantidade inteira, ou seja, $\frac{4}{4} = 1$.

b) Mais exemplos de situações com frações



Veja outras situações em que podemos aplicar a ideia de fração.

1. Mário tem 24 figurinhas. Ele pretende dar a sua irmã, Luísa, dois terços dessas figurinhas. Quantas figurinhas correspondem a $\frac{2}{3}$ das figurinhas de Mário?
   - Para achar $\frac{1}{3}$ das figurinhas, dividimos 24 em 3 partes iguais e tomamos 1 parte.
   - Logo, $\frac{1}{3}$ das figurinhas de Mário corresponde a 8 figurinhas.
   - Então, $\frac{2}{3}$ das figurinhas de Mário correspondem a 16 figurinhas.

2. Bruno colocou 39 litros de gasolina no tanque de seu automóvel. O marcador, que antes assinalava tanque vazio, passou a marcar $\frac{3}{4}$ de tanque. Qual é a capacidade total desse tanque?
   - $\frac{3}{4} \rightarrow 39$ — $\frac{3}{4}$ do tanque correspondem a 39 litros de gasolina
   - $\frac{1}{4} \rightarrow 39 : 3 = 13$ — $\frac{1}{4}$ do tanque corresponde a $39 : 3 = 13$ litros
   - $\frac{4}{4} \rightarrow 4 \cdot 13 = 52$ — A capacidade total do tanque corresponde a $\frac{4}{4}$, ou seja, a $4 \cdot 13 = 52$

   Resposta: 52 litros.

Fonte: Andriani, Vasconcellos, 2015, p.177-180.

Pela nossa experiência, trabalhar apenas dessa forma como o conteúdo é retratado não permite ao aluno uma reflexão efetiva que o faça entender que, nesse caso, a fração representa uma parte do total, visto que a conclusão é dita ao aluno antes mesmo dele pensar no porquê daquilo. Além disso, introduzir a notação sem fazer o estudante chegar até ela, força-o a abstrair um conteúdo o qual ele não internalizou, fazendo-o um mero reprodutor dos processos algébricos apresentados. Ademais, introduzir a nomenclatura sem que ele compreenda a representação fracionária dificulta a assimilação e associação entre as formas de registro.

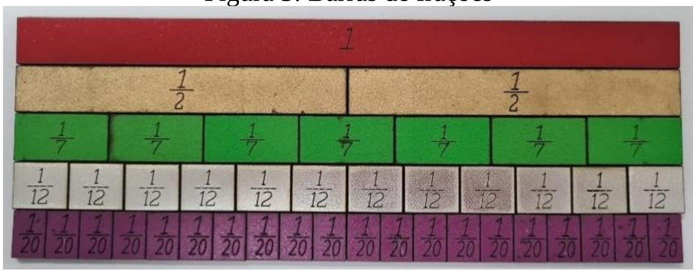
Então, após a análise de como os livros didáticos convencionais abordam o ensino de frações, relatos das dificuldades enfrentadas pelos alunos e da busca por meios de solucioná-las, desenvolvemos uma proposta de sequência didática composta por problemas que exploram cada um dos cinco significados de frações utilizando material concreto. As perguntas foram elaboradas de modo que os alunos iniciem o estudo com a representação concreta dos problemas, como sugere Lorenzato (2012), e aos poucos, seguindo as dez etapas da MEAAMaRP, consigam associar a situação ao registro de forma coordenada e sistematizada

ISSN: 2358-8829

para que ao final, eles sejam capazes de compreender cada um dos registros e de fazer a conversão e associação entre eles.

O material concreto desenvolvido para ser usado com os problemas da sequência foi as barras de frações que consistem em tiras de MDF repartidas conforme a quantidade de partes que o inteiro foi seccionado. Elas foram produzidas na máquina de corte a laser e modeladas utilizando os softwares livres FreeCAD[7] e Inkscape[8]. Foram produzidos kits de barras de frações contendo peças de tamanho um inteiro até $\frac{1}{20}$. O inteiro possui 20 centímetros e foi usado como referência para a produção das outras frações. Desse modo, cada uma das duas barras de $\frac{1}{2}$ possui 10 centímetros, cada uma das três barras de $\frac{1}{3}$ possui 6,6 centímetros e assim por diante. Além disso, optamos por utilizar a maior diversidade de cores possível para facilitar a visualização das respostas e a organização das peças, como ilustra a Figura 3.

Figura 3: Barras de frações




Fonte: Acervo das autoras, 2023.

Optamos por esse material, pois ele se mostrou o mais versátil para nossa sequência assim como na de Oliveira (2022). A vantagem dele é que é possível representar frações com mais de um inteiro ao juntar dois ou mais kits. Além disso, nota-se que é mais fácil comparar as frações pois não é preciso sobrepô-las (como é necessário nas frações em pizza, por exemplo) para que seja possível visualizar com facilidade a diferença entre o tamanho de cada uma delas. Com as barras, basta organizá-las uma abaixo da outra (como nas Figura 3 e 4).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no 3° ano no Ensino Fundamental, os alunos devem ser capazes de “associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes” (Brasil, 2018, p.287). Apenas no 4° ano, os alunos deverão “reconhecer as frações unitárias mais usuais $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}\right)$ como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso” (Brasil, 2018, p.291). Assim, apesar da representação fracionária dos números surgir apenas no 4° ano associada ao significado de

[7] Disponível em: https://www.freecad.org/downloads.php
[8] Disponível em: https://inkscape.org/release/inkscape-1.3/

número, no 3° ano, mesmo sem esse formato de representação, já é introduzida a noção inicial de fração como parte de um todo. Portanto, optamos por iniciar a nossa sequência com a ficha que aborda o significado parte-todo, pois, pela sequência da BNCC, acreditamos que entender a fração como parte-todo pode facilitar o entendimento da fração como número.

De fato, no 5° ano, quando o estudo das frações começa a tomar grande proporção, os alunos deverão ser capazes de “identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso” (Brasil, 2018, p.295) reforçando a nossa hipótese. Além disso, nesse momento evidencia-se a necessidade da compreensão dos significados para que seja feita a associação entre as formas de representação semiótica das frações e, então, a conversão delas.

No 6° ano, está prevista a adição dos significados medida e quociente. Nesta etapa, os estudantes deverão ser capazes de “resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo” (Brasil, 2018, p.303). Por fim, o significado operador multiplicativo é acrescentado ao estudo das frações no 7° ano conforme determina a competência EF07MA08.

As atividades podem ser aplicadas em grupos de dois a três alunos, conforme a limitação da quantidade de material. Porém, pelas nossas experiências, o mais adequado é que as atividades sejam feitas em dupla, pois, em grupos menores é necessária maior participação individual de cada aluno para encontrar respostas, incentivando a manipulação do material por todos os integrantes do grupo.

Pela limitação de páginas, não faremos a resolução detalhada de todos os problemas, mas destacaremos elementos a serem explorados pelo professor tanto na perspectiva da MEAAMaRP como na teoria de registros de representação.

O significado parte-todo foi pensado para aplicação em turmas a partir do 4° ano, pois pode servir como base para o estudo dos outros. Ademais, por ser um dos significados mais intuitivos e não envolver manipulações algébricas complexas, é comum que essa seja a primeira forma de apresentação nos livros didáticos. No Quadro 2 temos um exemplo da ficha parte-todo.

A Figura 4 ilustra o posicionamento indicado na introdução do problema. Aqui espera-se que o aluno inicialmente consiga perceber, observando o material concreto, que o conjunto de todas as frações de $\frac{1}{5}$ possui o mesmo tamanho do inteiro, mesmo que ele não saiba quantas dessas frações são necessárias para compô-lo. Então, na primeira pergunta ele precisará

ISSN: 2358-8829

encontrar uma forma de descobrir quantos quintos são necessários para formar esse inteiro. Uma possível estratégia é a contagem do número de quintos. Assim, os alunos encontrarão cinco quintos.

Quadro 2: Ficha parte-todo

| |
|---|
| Pegue a barra que corresponde ao inteiro e coloque-a na mesa. Logo abaixo dela, coloque lado a lado as frações correspondentes a $\frac{1}{5}$.<br>a) Quantos quintos são necessários para formar o inteiro?<br>b) O que cada quinto representa quando comparando ao inteiro?<br>c) O que você acha que significa ser a quinta parte de algo?<br>d) Quantas peças de $\frac{1}{5}$ são necessárias para formar $\frac{2}{5}$?<br>e) O que o $\frac{2}{5}$ representa ao ser comparado com o inteiro? E o $\frac{3}{5}$? |

Fonte: Autoras, 2023.

Figura 4: Posicionamento das frações da ficha parte-todo


Fonte: Acervo das autoras, 2023.

Na segunda pergunta espera-se que o aluno perceba, a partir da resposta da primeira, que o quinto representa uma das partes que surge quando o inteiro é seccionado em cinco partes iguais. Então, na terceira pergunta, eles deverão criar hipóteses do que significa ser a quinta parte de algo. Por fim, eles deverão perceber que $\frac{2}{5}$ é a soma ou união de duas peças de $\frac{1}{5}$ e que ele surge ao dividir o inteiro em cinco partes e tomar duas dessas partes. Analogamente, o $\frac{3}{5}$ surge ao tomar três dessas partes.

Com as atividades finalizadas, os alunos deverão expor as suas respostas e estratégias a fim de compartilhar experiências, hipóteses e teorias desenvolvidas ao buscar a resolução dos problemas. Em conjunto, os alunos deverão buscar um consenso de ideias.

Devido a variação dos valores em cada ficha distribuída aleatoriamente para os grupos, as duas primeiras perguntas podem levar a um debate relacionado ao número de peças necessárias para formar o inteiro e o que cada uma dessas peças representa quando comparada ao inteiro. Os alunos talvez percebam que a quantidade de peças que formam o inteiro é o número de partes em que ele foi repartido e isso é uma relação que ocorre em todos os casos. Porém, caso eles não façam essa relação intuitivamente, pode ser sugerido aos alunos montarem uma tabela na qual em uma coluna será colocado o número de peças e na outra o número de partes que o inteiro foi dividido. Essa tabela pode ser proposta no momento de exposição das respostas dos alunos ou na posterior formalização do conteúdo.

ISSN: 2358-8829

Quando os alunos compreenderem que as frações representam a parte de algo (noésis) eles estarão prontos para analisar a estrutura da representação numérica das frações (semiósis). Conforme as concepções de Duval (2009), somente nesse momento será possível compreender que o denominador representa a quantidade de partes em que o inteiro foi repartido e o numerador a quantidade de partes que foram tomadas após a repartição. Ao compreender isso, haverá a associação entre a representação concreta e o registro fracionário, dando início a abstração do conteúdo.

Assim que os alunos chegarem a um consenso das respostas, o professor deverá fazer a correção e formalização do conteúdo. No decorrer desta e das próximas aulas devem ser propostos novos problemas para que os alunos possam praticar os conceitos elaborados. Nesse viés, para que eles consigam conectar os conteúdos com a sua realidade é importante que alguns sejam vinculados com problemas cotidianos. Além disso, sugere-se que o professor proponha aos alunos a elaboração de novos problemas, pois, conforme a BNCC (Brasil, 2018), esse processo estimula a reflexão e abstração. Ainda, a construção de novos problemas tem o potencial de incentivar a criatividade e a autonomia dos estudantes, além de promover "melhorias nos processos de escrita e de leitura de textos que envolvem matemática" (Allevato; Possamai, 2022, p.167).

Seguimos com a apresentação da ficha referente ao significado de número, conforme o Quadro 3. Caso os alunos tenham a base necessária para relacionar frações a números decimais, fazer essa associação potencialmente auxiliará na compreensão desse significado.

Quadro 3: Ficha número

| |
|---|
| Com o auxílio das barras de frações, marque na reta numérica as frações $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{3}{2}$.<br>a) Organize-as em ordem crescente utilizando a notação adequada.<br>b) Qual das frações representadas é a maior? E a menor?<br>c) Pode-se afirmar que $\frac{1}{8}$ é maior do que $\frac{1}{5}$? Por quê?<br>d) O que a fração $\frac{3}{2}$ representa ao ser comparada ao inteiro?<br>e) Qual é o valor decimal correspondente a cada uma das frações? O valor correspondente verifica o resultado obtido na letra (a)? |

Fonte: Autoras, 2023.

Para auxiliar a representação na reta numérica das frações propostas, os alunos poderão, por exemplo, representá-las nas barras de frações e posicioná-las uma abaixo da outra, comparando-as com o inteiro, podendo assim, ordenar as frações. É relevante trazer ao debate o questionamento do porquê uma fração é menor do que outra fazendo a associação com o significado parte-todo. Nesse contexto, pode-se perceber que ao dividir o todo em cinco partes iguais, o tamanho dessas partes é maior do que o tamanho das partes obtidas ao seccionar o inteiro oito vezes. Portanto, podemos concluir que $\frac{1}{5}$ é maior do que $\frac{1}{8}$.

ISSN: 2358-8829

Com relação ao significado medida apresentamos a ficha no Quadro 4. Esse significado é utilizado para trabalhar proporcionalidade, porcentagem e conteúdos relacionados.

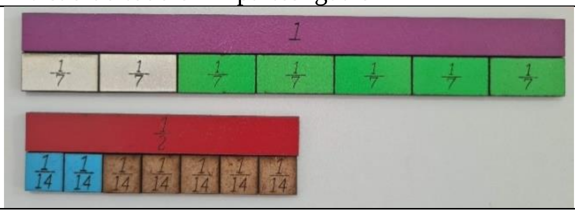
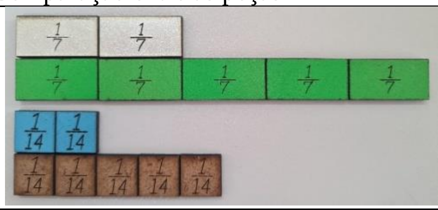
Quadro 4: Ficha Medida

| |
|---|
| Encontre peças que dividam o 1 inteiro em 7 partes iguais e tome 2 dessas peças.<br>a) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e a quantidade total de peças?<br>b) Qual fração representa a relação entre o restante das peças e a quantidade total de peças?<br>c) Qual fração representa a relação entre as peças tomadas e as peças restantes?<br>Pegue uma outra peça qualquer e encontre peças de mesmo tamanho que a dividam em 7 partes.<br>d) Ao tomar 2 peças, qual fração representa a relação entre a quantidade de peças tomadas e o restante das peças?<br>e) Qual relação pode ser percebida entre os resultados obtidos nas letras (c) e (d)? |

Fonte: Autoras, 2023.

A medida como quantidade extensiva está associada as questões (a) e (b), onde uma determinada quantia é comparada ao todo. Já a quantidade intensiva está presente nas letras (c) e (d), ao comparar partes distintas. A Figura 5 ilustra uma possível representação da situação mencionada. Com esse problema, espera-se que o aluno perceba que independentemente do tamanho do todo, sempre que ele for dividido no mesmo número de partes, se for tomada a mesma quantia, a relação entre a parte tomada e a restante permanece. No caso dos valores da ficha, essa relação permanece de duas partes para cinco partes $\left(\frac{2}{5}\right)$. No decorrer da formalização, sugere-se relacionar os resultados obtidos com a noção de proporcionalidade.

Figura 5: Possível posicionamento das frações da ficha medida

| a) Divisão do todo em 7 partes iguais | b) Comparação entre as peças |
|---|---|
|  |  |

Fonte: Acervo das autoras, 2023.

A seguir, o Quadro 5 contém a ficha com o significado quociente. Para entendê-lo, é necessário que o aluno retome o que significa dividir algo.

Quadro 5: Ficha Quociente

| |
|---|
| a) Ao repartir o inteiro em 2 partes, qual a fração que corresponde cada parte?<br>b) Quantas vezes o $\frac{1}{4}$ cabe dentro do $\frac{1}{2}$? E quantas vezes o $\frac{1}{2}$ cabe dentro do $\frac{1}{4}$?<br>c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?<br>d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)? |

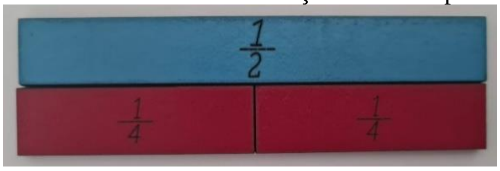
Fonte: Autoras, 2023.

A divisão pode, além de ser interpretada como o número de vezes que o objeto foi repartido - como sugere a letra (a) -, ser interpretada como a quantidade de vezes que um objeto "cabe" dentro do outro - como sugere a letra (b). Essa segunda interpretação pode auxiliar a entender o resultado obtido ao dividir duas frações. Comparando as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$, representadas

ISSN: 2358-8829

na Figura 6, espera-se que o aluno perceba que $\frac{1}{4}$ cabe duas vezes dentro do $\frac{1}{2}$ . Contudo, cabe apenas metade do $\frac{1}{2}$ em $\frac{1}{4}$ .

Figura 6: Posicionamento das frações da ficha parte-todo




Fonte: Acervo das autoras, 2023.

Por fim, no Quadro 6 está representada a ficha contendo o significado operador multiplicativo, associada com a operação de multiplicação.

Quadro 6: Ficha Operador Multiplicativo

| |
|---|
| a) O quanto vale $\frac{1}{6}$ de 1 inteiro? E de 2 inteiros?<br>b) O quanto vale $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ ?<br>c) O que você fez para encontrar o resultado das letras (a) e (b)?<br>d) Qual operação usual (adição, subtração, multiplicação ou divisão) está associada com o processo realizado nas letras (a) e (b)? |

Fonte: Autoras, 2023.

Nesta ficha, o aluno poderá recorrer novamente ao significado parte-todo. Sob essa perspectiva, o $\frac{1}{4}$ é obtido ao repartir o todo em quatro partes e tomar uma delas. No contexto da letra (b), o $\frac{1}{2}$ representa o todo e ele pode ser dividido em quatro partes utilizando peças de $\frac{1}{8}$. Portanto, ao tomar uma peça de $\frac{1}{8}$ , obtém-se $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ . Dessa forma, um escalar foi aplicado em um objeto a fim de obter uma determinada quantia dele.

Para a aplicação dessa sequência de atividades, na dinâmica da MEAAMaRP, cada ficha contém um problema a ser resolvido, discutido e formalizado, seguido da proposição de novos problemas que exploram situações semelhantes, sendo esta uma dinâmica que se repete várias vezes.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As barras de frações se mostraram um material versátil, com potencial de auxiliar o ensino dos cinco significados de fração e permitindo ao aluno transitar entre diferentes registros de representação, partindo do concreto para o abstrato. Nesse viés, acreditamos que as atividades desenvolvidas com MEAAMaRP, podem minimizar as dificuldades dos estudantes.

Nas próximas etapas da pesquisa, iremos aplicar as atividades estruturadas e possivelmente reelaborá-las mediante os resultados obtidos. Além disso, desenvolveremos novas atividades contemplando outros conteúdos que envolvem frações que se façam necessárias.

## AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem ao grupo de pesquisa Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino – PEMSA, ao Laboratório Fábrica Matemática – FAB3D, à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina – FAPESC e a Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTULIN, Andresa Maria. **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 37-58.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; POSSAMAI, Janaína Poffo. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas.**Com a Palavra, O Professor**, n. 7, v. 18, p. 153-172, 2022.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática 6**. 4. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015. 400 p. (Praticando Matemática).

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In:* LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012. 192 p. (Formação de professores).

OLIVEIRA, Emillyn Natália de. **O aprendizado de frações por meio de materiais concretos:** uma tentativa de superar dificuldades elementares. 2022. 68 f. TGR (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências Tecnológicas, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2022.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In:* LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012. 192 p. (Formação de professores).

SANTOS, Aparecido dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. 2005. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.